

1 Functies en grafieken

Voorkennis Lineaire vergelijkingen en ongelijkheden

Bladzijde 9

- 1** a $10 - 3(x + 1) = 5x - (2x - 1)$
 $10 - 3x - 3 = 5x - 2x + 1$
 $-6x = -6$
 $x = 1$
- b $\frac{4}{5}x - 1\frac{1}{3} = 2\frac{1}{3}x - 3$
 $12x - 20 = 35x - 45$
 $-23x = -25$
 $x = 1\frac{2}{23}$
- c $\frac{2t-3}{4} = t - 1\frac{1}{3}$
 $3(2t - 3) = 12t - 16$
 $6t - 9 = 12t - 16$
 $-6t = -7$
 $t = 1\frac{1}{6}$
- d $1,6(2x - 1) = 1,4x - 2$
 $3,2x - 1,6 = 1,4x - 2$
 $1,8x = -0,4$
 $x = -\frac{2}{9}$
- e $\frac{2}{7}(4x - 1) = \frac{3}{4}(1 - 5x)$
 $8(4x - 1) = 21(1 - 5x)$
 $32x - 8 = 21 - 105x$
 $137x = 29$
 $x = \frac{29}{137}$
- f $5 - \frac{3t-1}{6} = \frac{5t+1}{4} - \frac{2t+3}{3}$
 $60 - 2(3t - 1) = 3(5t + 1) - 4(2t + 3)$
 $60 - 6t + 2 = 15t + 3 - 8t - 12$
 $-13t = -71$
 $t = 5\frac{6}{13}$

Bladzijde 10

- 2** a $3x > 5x$
 $-2x > 0$
 $x < 0$
- b $\frac{1}{6}x + 3 < \frac{1}{2}x - 2$
 $x + 18 < 3x - 12$
 $-2x < -30$
 $x > 15$
- c $\frac{3p-4}{3} \leq 2p - 1\frac{1}{6}$
 $2(3p - 4) \leq 12p - 7$
 $6p - 8 \leq 12p - 7$
 $-6p \leq 1$
 $p \geq -\frac{1}{6}$
- d $1,5(1,6x - 2) < 2,5(1,4x - 3)$
 $2,4x - 3 < 3,5x - 7,5$
 $-1,1x < -4,5$
 $-11x < -45$
 $x > 4\frac{1}{11}$
- e $\frac{3}{8}(5x - 2) > \frac{1}{4}(2x - 5)$
 $3(5x - 2) > 2(2x - 5)$
 $15x - 6 > 4x - 10$
 $11x > -4$
 $x > -\frac{4}{11}$
- f $10 - \frac{2a-3}{6} \geq \frac{4a-1}{5} - \frac{3a+2}{15}$
 $300 - 5(2a - 3) \geq 6(4a - 1) - 2(3a + 2)$
 $300 - 10a + 15 \geq 24a - 6 - 6a - 4$
 $-28a \geq -325$
 $a \leq 11\frac{17}{28}$

1.1 Lineaire functies

Bladzijde 11

- 1** a Het getal 2 geeft aan dat als je vanaf de lijn 1 naar rechts gaat, je 2 omhoog moet gaan om weer op de lijn te komen.
 Het getal 3 geeft aan dat de lijn de y-as in het punt (0, 3) snijdt.
- b Stel $l: y = ax + b$.
 Het snijpunt met de y-as is (0, 2), dus $b = 2$.
 l gaat door (0, 2) en (2, 1), dus $a = \frac{\text{verticaal}}{\text{horizontaal}} = \frac{-1}{2} = -\frac{1}{2}$.
 Je krijgt $l: y = -\frac{1}{2}x + 2$.
- c Stel $m: y = ax + b$.
 Het snijpunt met de y-as is (0, -1), dus $b = -1$.
 m is evenwijdig met l , dus $a = -\frac{1}{2}$.
 Je krijgt $m: y = -\frac{1}{2}x - 1$.

Bladzijde 12

- 2 a**
- Stel
- $l: y = ax + b$
- .

$$a = rc_l = -2$$

$$\left. \begin{array}{l} y = -2x + b \\ \text{door } A(-2, 3) \end{array} \right\} \begin{array}{l} -2 \cdot -2 + b = 3 \\ 4 + b = 3 \\ b = -1 \end{array}$$

$$\text{Dus } l: y = -2x - 1.$$

- b**
- Stel
- $k: y = ax + b$
- .

$$k \parallel m, \text{ dus } a = rc_m = 4.$$

$$\left. \begin{array}{l} k: y = 4x + b \\ \text{door } B(-5, 21) \end{array} \right\} \begin{array}{l} 4 \cdot -5 + b = 21 \\ -20 + b = 21 \\ b = 41 \end{array}$$

$$\text{Dus } k: y = 4x + 41.$$

- 3 a**
- Stel
- $p: y = ax + b$
- .

$$p \parallel q, \text{ dus } a = rc_q = -\frac{1}{3}.$$

$$\left. \begin{array}{l} y = -\frac{1}{3}x + b \\ \text{door } C(-18, 30) \end{array} \right\} \begin{array}{l} -\frac{1}{3} \cdot -18 + b = 30 \\ 6 + b = 30 \\ b = 24 \end{array}$$

$$\text{Dus } p: y = -\frac{1}{3}x + 24.$$

- b**
- Snijpunt met de
- x
- as:
- $y = 0$
- geeft
- $-\frac{1}{3}x + 24 = 0$

$$\begin{aligned} -\frac{1}{3}x &= -24 \\ x &= 72 \end{aligned}$$

Dus het snijpunt met de x -as is $(72, 0)$.

Snijpunt met de y -as: $x = 0$ geeft $y = -\frac{1}{3} \cdot 0 + 24 = 24$.

Dus het snijpunt met de y -as is $(0, 24)$.

- 4 a**
- $k: y = ax + 10$
-
- door
- $P(-20, 0)$
- $\left\{ \begin{array}{l} a \cdot -20 + 10 = 0 \\ -20a = -10 \\ a = \frac{1}{2} \end{array} \right.$

- b**
- $k: y = ax + 10$
-
- door
- $Q(2, -4)$
- $\left\{ \begin{array}{l} a \cdot 2 + 10 = -4 \\ 2a = -14 \\ a = -7 \end{array} \right.$

- c**
- $k: y = ax + 10$
-
- door
- $O(0, 0)$
- $\left\{ \begin{array}{l} a \cdot 0 + 10 = 0 \\ 10 = 0 \text{ klopt niet} \end{array} \right.$

Er is dus geen a mogelijk.

- 5 a**
- Stel
- $k: y = ax + b$
- .

$$k \parallel l, \text{ dus } a = rc_l = -\frac{1}{2}.$$

$$\left. \begin{array}{l} y = -\frac{1}{2}x + b \\ \text{door } A(4, 3) \end{array} \right\} \begin{array}{l} -\frac{1}{2} \cdot 4 + b = 3 \\ -2 + b = 3 \\ b = 5 \end{array}$$

$$\text{Dus } k: y = -\frac{1}{2}x + 5.$$

- b**
- $m: y = ax + 3$
-
- door
- $B(-4, 2)$
- $\left\{ \begin{array}{l} a \cdot -4 + 3 = 2 \\ -4a + 3 = 2 \\ -4a = -1 \\ a = \frac{1}{4} \end{array} \right.$

- c** p snijden met de x -as geeft $-1\frac{1}{2}x + 6 = 0$

$$\begin{aligned} -1\frac{1}{2}x &= -6 \\ x &= 4 \end{aligned}$$

Dus p snijdt de x -as in $(4, 0)$.

$$\begin{aligned} n: y &= 2\frac{1}{2}x + b \\ \text{door } (4, 0) &\left\{ \begin{aligned} 2\frac{1}{2} \cdot 4 + b &= 0 \\ 10 + b &= 0 \\ b &= -10 \end{aligned} \right. \end{aligned}$$

6 a $m: y = -2x + b$
door $P(-8, 0)$ $\left\{ \begin{aligned} -2 \cdot -8 + b &= 0 \\ 16 + b &= 0 \\ b &= -16 \end{aligned} \right.$

b $m \parallel l$ geeft $rc_l = rc_m$, dus $a = -2$.
 $m: y = -2x + b$
door $Q(10, 7)$ $\left\{ \begin{aligned} -2 \cdot 10 + b &= 7 \\ -20 + b &= 7 \\ b &= 27 \end{aligned} \right.$

c k gaat door $R(8, 6)$ want $\frac{1}{2} \cdot 8 + 2 = 6$.
 $l: y = ax - 4$
door $R(8, 6)$ $\left\{ \begin{aligned} a \cdot 8 - 4 &= 6 \\ 8a - 4 &= 6 \\ 8a &= 10 \\ a &= 1\frac{1}{4} \end{aligned} \right.$

$m: y = -2x + b$
door $R(8, 6)$ $\left\{ \begin{aligned} -2 \cdot 8 + b &= 6 \\ -16 + b &= 6 \\ b &= 22 \end{aligned} \right.$

d k snijden met de x -as geeft $\frac{1}{2}x + 2 = 0$
 $\frac{1}{2}x = -2$
 $x = -4$

Dus het snijpunt met de x -as is $(-4, 0)$.

$l: y = ax - 4$
door $(-4, 0)$ $\left\{ \begin{aligned} a \cdot -4 - 4 &= 0 \\ -4a &= 4 \\ a &= -1 \end{aligned} \right.$

$m: y = -2x + b$
door $(-4, 0)$ $\left\{ \begin{aligned} -2 \cdot -4 + b &= 0 \\ 8 + b &= 0 \\ b &= -8 \end{aligned} \right.$

- 7 a** Kies x zo dat de formule geen a meer bevat.

Voor $k: y = ax + 1$ geldt dat

$x = 0$ geeft $y = a \cdot 0 + 1 = 1$, dus $A(0, 1)$.

Voor $l: y = 2ax - 2a$ geldt dat

$y = 2ax - 2a = 2a(x - 1)$ en

$x = 1$ geeft $y = 2a(1 - 1) = 0$, dus $B(1, 0)$.

- b** k en l snijden in A , dus

$l: y = 2ax - 2a$
door $A(0, 1)$ $\left\{ \begin{aligned} 2a \cdot 0 - 2a &= 1 \\ -2a &= 1 \\ a &= -\frac{1}{2} \end{aligned} \right.$

k en l snijden in B , dus

$k: y = ax + 1$
door $B(1, 0)$ $\left\{ \begin{aligned} a \cdot 1 + 1 &= 0 \\ a + 1 &= 0 \\ a &= -1 \end{aligned} \right.$

$$\begin{aligned} \text{c } k: y &= ax + 1 \\ x_C &= 10 \end{aligned} \left\} y = a \cdot 10 + 1 = 10a + 1\right.$$

$$\begin{aligned} l: y &= 2ax - 2a \\ x_C &= 10 \end{aligned} \left\} y = 2a \cdot 10 - 2a = 18a\right.$$

Formules aan elkaar gelijkstellen geeft $10a + 1 = 18a$

$$\begin{aligned} -8a &= -1 \\ a &= \frac{1}{8} \end{aligned}$$

$$\text{Dus } y_C = \frac{1}{8} \cdot 10 + 1 = 2\frac{1}{4}.$$

Bladzijde 13

- 8 a Op $t = 0$ is $d_T = 0$.
Stel $d_T = at$.

Elke 3 dagen wordt de diepte 0,1 meter meer, dus $a = \frac{0,1}{3} = \frac{1}{30}$.

$$\text{Dus } d_T = \frac{1}{30}t.$$

- b Het meer heeft een diepte van 4 meter. Op de eerste dag kunnen de baarzen nog leven op deze 4 meter diepte. Elke dag kunnen de baarzen 0,05 meter ($= \frac{1}{20}$ meter) minder diep komen.
Dus $d_Z = -\frac{1}{20}t + 4$.

$$\begin{aligned} \text{c } d_T &= \frac{1}{30}t \\ \begin{array}{c|c|c} t & 0 & 30 \\ \hline d_T & 0 & 1 \end{array} \\ d_Z &= -\frac{1}{20}t + 4 \\ \begin{array}{c|c|c} t & 0 & 20 \\ \hline d_Z & 4 & 3 \end{array} \end{aligned}$$

Figuur, zie hiernaast.

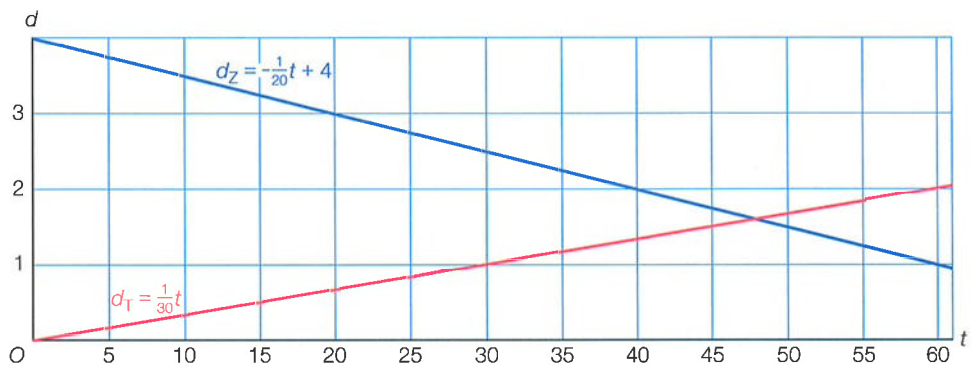
$$\frac{1}{30}t = -\frac{1}{20}t + 4$$

$$2t = -3t + 240$$

$$5t = 240$$

$$t = 48$$

Op $t = 48$ is het 18 augustus, dus vanaf 18 augustus.



- 9 Stel dat ieder van de 20 mensen x euro betaalt, dan betalen ze in totaal $20x$ euro.
Het bedrag van de rekening is dus $20x - 3$ euro.

De 21 mensen betalen ieder $x - 3$ euro en dat is in totaal $21(x - 3)$ euro.

Het bedrag van de rekening is dus $21(x - 3) - 10$ euro.

Dit geeft de vergelijking $20x - 3 = 21(x - 3) - 10$

$$20x - 3 = 21x - 63 - 10$$

$$-x = -70$$

$$x = 70$$

Het bedrag van de rekening is dus $20 \cdot 70 - 3 = 1397$ euro.

Bladzijde 14

- 10 a Ga je 4 naar rechts, dan ga je 3 omhoog, dus ga je $\frac{3}{4}$ omhoog.
Dus $rc_l = \frac{3}{4}$.

- b Deel $y_B - y_A$ door $x_B - x_A$. Dus $rc_l = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{3}{4}$.

Bladzijde 16

- 11 a Daarbij hoort $\Delta x = 2 - 6 = -4$.

$$\text{Nu is } a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-1 - 5}{2 - 6} = \frac{-6}{-4} = 1\frac{1}{2}.$$

Ze krijgt dus ook $rc_l = 1\frac{1}{2}$.

$$\begin{aligned} \text{b } y = 1\frac{1}{2}x + b \quad & \left. \begin{array}{l} \text{door } B(6, 5) \end{array} \right\} \begin{array}{l} 1\frac{1}{2} \cdot 6 + b = 5 \\ 9 + b = 5 \\ b = -4 \end{array} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c } v = 0 \text{ geeft } -15t + 120 &= 0 \\ -15t &= -120 \\ t &= 8 \end{aligned}$$

Dus na 8 seconden.

$$12 \text{ a Stel } l: y = ax + b \text{ met } a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{4 - 1}{1 - -1} = 1\frac{1}{2}.$$

$$\begin{aligned} y = 1\frac{1}{2}x + b \quad & \left. \begin{array}{l} \text{door } B(1, 4) \end{array} \right\} \begin{array}{l} 1\frac{1}{2} \cdot 1 + b = 4 \\ 1\frac{1}{2} + b = 4 \\ b = 2\frac{1}{2} \end{array} \end{aligned}$$

$$\text{Dus } l: y = 1\frac{1}{2}x + 2\frac{1}{2}.$$

$$\text{b Stel } k: y = ax + b \text{ met } a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{0 - 5}{2 - -3} = -1.$$

$$\begin{aligned} y = -x + b \quad & \left. \begin{array}{l} \text{door } D(2, 0) \end{array} \right\} \begin{array}{l} -1 \cdot 2 + b = 0 \\ b = 2 \end{array} \end{aligned}$$

$$\text{Dus } k: y = -x + 2.$$

$$\text{c Stel } m: y = ax + b \text{ met } a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{3 - 3}{-7 - 5} = 0.$$

$$\begin{aligned} y = b \quad & \left. \begin{array}{l} \text{door } E(5, 3) \end{array} \right\} b = 3 \\ \text{Dus } m: y &= 3. \end{aligned}$$

$$\text{d Stel } n: y = ax + b \text{ met } a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{250 - 360}{160 - 180} = 5\frac{1}{2}.$$

$$\begin{aligned} y = 5\frac{1}{2}x + b \quad & \left. \begin{array}{l} \text{door } G(180, 360) \end{array} \right\} \begin{array}{l} 5\frac{1}{2} \cdot 180 + b = 360 \\ 990 + b = 360 \\ b = -630 \end{array} \end{aligned}$$

$$\text{Dus } n: y = 5\frac{1}{2}x - 630.$$

$$13 \text{ a Stel } K = am + b.$$

$$\begin{aligned} m = 5 \text{ en } K = 10 \quad & \left. \begin{array}{l} m = 12 \text{ en } K = 115 \end{array} \right\} a = \frac{\Delta K}{\Delta m} = \frac{115 - 10}{12 - 5} = 15 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} K = 15m + b \quad & \left. \begin{array}{l} m = 5 \text{ en } K = 10 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 15 \cdot 5 + b = 10 \\ 75 + b = 10 \\ b = -65 \end{array} \end{aligned}$$

$$\text{Dus } K = 15m - 65.$$

$$\text{b Stel } F = aR + b.$$

$$\begin{aligned} R = 15 \text{ en } F = 300 \quad & \left. \begin{array}{l} R = 42 \text{ en } F = 138 \end{array} \right\} a = \frac{\Delta F}{\Delta R} = \frac{138 - 300}{42 - 15} = -6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F = -6R + b \quad & \left. \begin{array}{l} R = 15 \text{ en } F = 300 \end{array} \right\} \begin{array}{l} -6 \cdot 15 + b = 300 \\ -90 + b = 300 \\ b = 390 \end{array} \end{aligned}$$

$$\text{Dus } F = -6R + 390.$$

$$\text{c Stel } g = an + b \text{ met } a = \frac{\Delta g}{\Delta n} = \frac{49 - 35}{10 - 6} = 3\frac{1}{2}.$$

$$\begin{aligned} g = 3\frac{1}{2}n + b \quad & \left. \begin{array}{l} \text{door } (6, 35) \end{array} \right\} \begin{array}{l} 3\frac{1}{2} \cdot 6 + b = 35 \\ 21 + b = 35 \\ b = 14 \end{array} \end{aligned}$$

$$\text{Dus } g = 3\frac{1}{2}n + 14.$$

14 a Stel $p = aq + b$ met $a = \frac{\Delta p}{\Delta q}$
 bij $q = 150$ hoort $p = 7,75$
 bij $q = 425$ hoort $p = 2,25$ } $a = \frac{\Delta p}{\Delta q} = \frac{2,25 - 7,75}{425 - 150} = -0,02$

$$\left. \begin{array}{l} p = -0,02q + b \\ q = 150 \text{ en } p = 7,75 \end{array} \right\} \begin{array}{l} -0,02 \cdot 150 + b = 7,75 \\ -3 + b = 7,75 \\ b = 10,75 \end{array}$$

Dus $p = -0,02q + 10,75$ (I).

- b** 1 Uit $p = -0,02q + 10,75$ volgt $0,02q = -p + 10,75$ en dus $q = -50p + 537,5$ (II).

2 $q = ap + b$ met $a = \frac{\Delta q}{\Delta p}$.
 bij $q = 150$ hoort $p = 7,75$
 bij $q = 425$ hoort $p = 2,25$ } $a = \frac{\Delta q}{\Delta p} = \frac{425 - 150}{2,25 - 7,75} = -50$

$$\left. \begin{array}{l} q = -50p + b \\ q = 150 \text{ en } p = 7,75 \end{array} \right\} \begin{array}{l} -50 \cdot 7,75 + b = 150 \\ -387,5 + b = 150 \\ b = 537,5 \end{array}$$

Dus $q = -50p + 537,5$ (II).

- c** Met I: $p = -0,02 \cdot 250 + 10,75 = 5,75$.

Dus bij $q = 250$ hoort $p = 5,75$.

Met II: $q = -50 \cdot 4,25 + 537,5 = 325$.

Dus bij $p = 4,25$ hoort $q = 325$.

15 a Stel $k: y = ax + b$ met $a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{11 - 8}{20 - 8} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$.

$$\left. \begin{array}{l} y = \frac{1}{4}x + b \\ \text{door } A(8, 8) \end{array} \right\} \begin{array}{l} \frac{1}{4} \cdot 8 + b = 8 \\ 2 + b = 8 \\ b = 6 \end{array}$$

Dus $k: y = \frac{1}{4}x + 6$.

Stel $l: y = ax + b$ met $a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-10 - 14}{50 - 2} = \frac{-24}{48} = -\frac{1}{2}$.

$$\left. \begin{array}{l} y = -\frac{1}{2}x + b \\ \text{door } C(2, 14) \end{array} \right\} \begin{array}{l} -\frac{1}{2} \cdot 2 + b = 14 \\ -1 + b = 14 \\ b = 15 \end{array}$$

Dus $l: y = -\frac{1}{2}x + 15$.

Snijpunt berekenen van k en l .

$$\frac{1}{4}x + 6 = -\frac{1}{2}x + 15$$

$$x + 24 = -2x + 60$$

$$3x = 36$$

$$\left. \begin{array}{l} x = 12 \\ y = \frac{1}{4}x + 6 \end{array} \right\} y = \frac{1}{4} \cdot 12 + 6 = 3 + 6 = 9$$

Dus $E(12, 9)$.

- b** Stel $N = aM + b$.

$$\left. \begin{array}{l} M = 5 \text{ en } N = 62 \\ M = 20 \text{ en } N = 86 \end{array} \right\} a = \frac{\Delta N}{\Delta M} = \frac{86 - 62}{20 - 5} = \frac{24}{15} = 1\frac{3}{5}$$

$$\left. \begin{array}{l} N = 1\frac{3}{5}M + b \\ M = 5 \text{ en } N = 62 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 1\frac{3}{5} \cdot 5 + b = 62 \\ 8 + b = 62 \\ b = 54 \end{array}$$

Dus $N = 1\frac{3}{5}M + 54$.

Omwerken van de formule geeft M uitgedrukt in N .

$$1\frac{3}{5}M + 54 = N$$

$$8M + 270 = 5N$$

$$8M = 5N - 270$$

$$M = \frac{5}{8}N - 33\frac{3}{4}$$

Alternatieve uitwerking

$$\text{Stel } M = aN + b.$$

$$\left. \begin{array}{l} N = 62 \text{ en } M = 5 \\ N = 86 \text{ en } M = 20 \end{array} \right\} a = \frac{\Delta M}{\Delta N} = \frac{20 - 5}{86 - 62} = \frac{15}{24} = \frac{5}{8}$$

$$\left. \begin{array}{l} M = \frac{5}{8}N + b \\ N = 62 \text{ en } M = 5 \end{array} \right\} \frac{5}{8} \cdot 62 + b = 5$$

$$38\frac{3}{4} + b = 5$$

$$b = -33\frac{3}{4}$$

$$\text{Dus } M = \frac{5}{8}N - 33\frac{3}{4}.$$

Bladzijde 17

16 a Stel $h = at + b$.

$$\left. \begin{array}{l} t = 12 \text{ en } h = 164,0 \\ t = 15\frac{1}{3} \text{ en } h = 158,0 \end{array} \right\} a = \frac{\Delta h}{\Delta t} = \frac{158 - 164}{15\frac{1}{3} - 12} = \frac{-6}{\frac{10}{3}} = -1,8.$$

$$\left. \begin{array}{l} h = -1,8t + b \\ t = 12 \text{ en } h = 164 \end{array} \right\} \begin{array}{l} -1,8 \cdot 12 + b = 164 \\ -21,6 + b = 164 \\ b = 185,6 \end{array}$$

$$\text{Dus } h = -1,8t + 185,6.$$

b $-1,8t + 185,6 = 149$

$$-1,8t = -36,6$$

$$t = 20\frac{1}{3}$$

Dus om 20 seconden na 14:20 uur.

17 Stel $y = ax + b$ met $a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{p + 2 - (p + 1)}{2p - p} = \frac{1}{p}$.

$$\left. \begin{array}{l} y = \frac{1}{p}x + b \\ \text{door } (p, p + 1) \end{array} \right\} \begin{array}{l} \frac{1}{p} \cdot p + b = p + 1 \\ 1 + b = p + 1 \\ b = p \end{array}$$

$$\text{Dus } y = \frac{1}{p}x + p.$$

$$\text{Snijden met de } x\text{-as: } y = 0 \text{ geeft } \frac{1}{p}x + p = 0$$

$$\frac{1}{p}x = -p$$

$$x = -p^2$$

Voor $p \neq 0$ geldt dat $-p^2 < 0$, dus $x < 0$.

Dus elke lijn snijdt de negatieve x -as.

18 Stel de inhoud van het vat is 1 liter.

De koudwaterkraan vult het vat dan met een snelheid van $\frac{1}{10}$ liter water per minuut.

Voor de warmwaterkraan geldt $\frac{1}{12}$ liter per minuut en voor het leeglopen $\frac{1}{20}$ liter per minuut.

Stel het duurt t minuten, dan geldt $(\frac{1}{10} + \frac{1}{12} - \frac{1}{20}) \cdot t = 1$

$$\frac{2}{15}t = 1$$

$$t = 7\frac{1}{2}$$

Dus het duurt 7,5 minuten.

1.2 Tweedegraadsfuncties en tweedegraadsvergelijkingen**Bladzijde 19**

19 a $ax^2 + bx = 0$

$$x(ax + b) = 0$$

$$x = 0 \vee ax = -b$$

$$x = 0 \vee x = -\frac{b}{a}$$

x_{top} zit midden tussen de nulpunten, dus x_{top} is het gemiddelde van de nulpunten.

$$\text{Dit geeft } x_{\text{top}} = \frac{0 + (-\frac{b}{a})}{2} = \frac{1}{2} \cdot -\frac{b}{a} = -\frac{b}{2a}.$$

- b** De grafiek van g krijg je uit de grafiek van f door de verschuiving b omhoog.

Hierbij verandert x_{top} niet, dus ook voor de grafiek van de functie g geldt $x_{\text{top}} = -\frac{b}{2a}$.

Bladzijde 20

- 20** max. is $g(1) = 4$
min. is $h(2) = 1$

- 21 a** $x_{\text{top}} = -\frac{b}{2a} = -\frac{-4}{2 \cdot 1} = 2$ geeft $y_{\text{top}} = f(2) = 2^2 - 4 \cdot 2 + 1 = -3$
 $1 > 0$, dus dalparabool en min. is $f(2) = -3$.
- b** $x_{\text{top}} = -\frac{b}{2a} = -\frac{6}{2 \cdot 2} = -1\frac{1}{2}$ geeft $y_{\text{top}} = g(-1\frac{1}{2}) = 2 \cdot (-1\frac{1}{2})^2 + 6 \cdot -1\frac{1}{2} + 3 = -1\frac{1}{2}$
 $2 > 0$, dus dalparabool en min. is $g(-1\frac{1}{2}) = -1\frac{1}{2}$.
- c** $x_{\text{top}} = -\frac{b}{2a} = -\frac{6}{2 \cdot -0,3} = 10$ geeft $y_{\text{top}} = h(10) = -0,3 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10 - 2 = 28$
 $-0,3 < 0$, dus bergparabool en max. is $h(10) = 28$.
- d** $x_{\text{top}} = -\frac{b}{2a} = -\frac{14}{2 \cdot 4} = -1\frac{3}{4}$ geeft $y_{\text{top}} = k(-1\frac{3}{4}) = 4 \cdot (-1\frac{3}{4})^2 + 14 \cdot -1\frac{3}{4} = -12\frac{1}{4}$
 $4 > 0$, dus dalparabool en min. is $k(-1\frac{3}{4}) = -12\frac{1}{4}$.
- 22 a** $f(x) = 0,15x^2 - 1,2x + 5$ geeft $x_{\text{top}} = -\frac{b}{2a} = \frac{1,2}{0,3} = 4$ en dit geeft $y_{\text{top}} = 0,15 \cdot 4^2 - 1,2 \cdot 4 + 5 = 2,6$.

$$\left. \begin{array}{l} y = 3x + b \\ \text{door } (4; 2,6) \end{array} \right\} \begin{array}{l} 3 \cdot 4 + b = 2,6 \\ 12 + b = 2,6 \\ b = -9,4 \end{array}$$
- b** $g(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 6x + c$ geeft $x_{\text{top}} = -\frac{b}{2a} = \frac{-6}{-1} = 6$ en dit geeft $y_{\text{top}} = -\frac{1}{2} \cdot 6^2 + 6 \cdot 6 + c = 18 + c$.

$$\left. \begin{array}{l} y = 1\frac{1}{2}x + 4 \\ \text{door } (6, 18 + c) \end{array} \right\} \begin{array}{l} 1\frac{1}{2} \cdot 6 + 4 = 18 + c \\ 9 + 4 = 18 + c \\ c = -5 \end{array}$$
- 23** De eerste auto rijdt gedurende 100 uur met een snelheid van 50 km/uur.
De tweede auto rijdt gedurende 99 uur met een snelheid van 51 km/uur.
De derde auto rijdt gedurende 98 uur met een snelheid van 52 km/uur.
De n -de auto rijdt gedurende $101 - n$ uur met een snelheid van $49 + n$ km/uur.
De afgelegde afstand s die 100 uur na de start is afgelegd door de n -de auto is

$$s = (101 - n)(49 + n) = -n^2 + 52n + 4949 \text{ km.}$$
 s is maximaal voor $n = -\frac{b}{2a} = -\frac{52}{-2} = 26$.
De 26^{ste} auto heeft snelheid $49 + 26 = 75$ km/uur.

Bladzijde 21

- 24 a** $f(3) = 3^2 - 8 \cdot 3 + 15 = 9 - 24 + 15 = 0$
 $f(5) = 5^2 - 8 \cdot 5 + 15 = 25 - 40 + 15 = 0$
- b** De oplossingen zijn $x = 3$ en $x = 5$.
Er zijn niet meer oplossingen omdat een parabool hoogstens twee snijpunten met de x -as heeft.
- 25 a** Bij het oplossen van de vergelijking $4x^2 - 25x = 0$ breng je x buiten haakjes: $x(4x - 25) = 0$.
Bij het oplossen van de vergelijking $4x^2 - 25 = 0$ herleid je tot $x^2 = 6\frac{1}{4}$.
- b** $4x^2 + 25 = 0$
 $4x^2 = -25$
 $x^2 = -6\frac{1}{4}$
Er zijn geen oplossingen mogelijk.
- c** Bij het oplossen van de vergelijking $x(x + 2) = 0$ gebruik je direct $AB = 0$ geeft $A = 0 \vee B = 0$.
Bij het oplossen van $x(x + 2) = 8$ werk je eerst de haakjes weg: $x(x + 2) = 8$

$$x^2 + 2x - 8 = 0.$$

Bladzijde 23

26 a $2x^2 - 3x + 1 = (2x - 1)(x - 1)$
b $x^2 - 3 = 4x$
 $x^2 - 4x - 3 = 0$
 $D = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot -3 = 28$, dus $\sqrt{D} = 2\sqrt{7}$
 $x = \frac{4 + 2\sqrt{7}}{2} = 2 + \sqrt{7} \vee x = \frac{4 - 2\sqrt{7}}{2} = 2 - \sqrt{7}$

Bladzijde 24

27 a $x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$
 $\left(x + \frac{1}{2} \cdot \frac{b}{a}\right)^2 - \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{b}{a}\right)^2 + \frac{c}{a} = 0$
 $\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a} = 0$
b $\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a} = 0$
 $\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a}$
 $\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2}{4a^2} - \frac{4ac}{4a^2}$
 $\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$
 $\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{D}{4a^2}$
 $x + \frac{b}{2a} = \sqrt{\frac{D}{4a^2}} \vee x + \frac{b}{2a} = -\sqrt{\frac{D}{4a^2}}$
 $x = -\frac{b}{2a} + \sqrt{\frac{D}{4a^2}} \vee x = -\frac{b}{2a} - \sqrt{\frac{D}{4a^2}}$
 $x = -\frac{b}{2a} + \frac{\sqrt{D}}{2a} \vee x = -\frac{b}{2a} - \frac{\sqrt{D}}{2a}$
 $x = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} \vee x = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$

28 a $(3x - 2)^2 = 36$
 $3x - 2 = 6 \vee 3x - 2 = -6$
 $3x = 8 \vee 3x = -4$
 $x = 2\frac{2}{3} \vee x = -1\frac{1}{3}$

b $(4 - \frac{1}{2}x)^2 = 9$
 $4 - \frac{1}{2}x = 3 \vee 4 - \frac{1}{2}x = -3$
 $-\frac{1}{2}x = -1 \vee -\frac{1}{2}x = -7$
 $x = 2 \vee x = 14$

c $x^2 + 6 = 5x$
 $x^2 - 5x + 6 = 0$
 $(x - 2)(x - 3) = 0$
 $x = 2 \vee x = 3$

d $x(x - 1) = 12$
 $x^2 - x = 12$
 $x^2 - x - 12 = 0$
 $(x + 3)(x - 4) = 0$
 $x = -3 \vee x = 4$

e $2x^2 = 5x$
 $2x^2 - 5x = 0$
 $x(2x - 5) = 0$
 $x = 0 \vee 2x - 5 = 0$
 $x = 0 \vee 2x = 5$
 $x = 0 \vee x = 2\frac{1}{2}$

f $x^2 + 4 = 1$
 $x^2 = -3$
geen oplossingen

29 a $3x^2 - 6x = 24$
 $3x^2 - 6x - 24 = 0$
 $x^2 - 2x - 8 = 0$
 $(x+2)(x-4) = 0$
 $x = -2 \vee x = 4$

b $3x^2 - 6x = -3(x-6)$
 $3x^2 - 6x = -3x + 18$
 $3x^2 - 3x - 18 = 0$
 $x^2 - x - 6 = 0$
 $(x+2)(x-3) = 0$
 $x = -2 \vee x = 3$

c $2x^2 - 3x = 2$
 $2x^2 - 3x - 2 = 0$
 $D = (-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot -2 = 25$
 $x = \frac{3+5}{4} = 2 \vee x = \frac{3-5}{4} = -\frac{1}{2}$

d $\frac{1}{2}x^2 - 2x - 6 = 0$
 $x^2 - 4x - 12 = 0$
 $(x+2)(x-6) = 0$
 $x = -2 \vee x = 6$

e $x^2 - 3x = 5(x-3)$
 $x^2 - 3x = 5x - 15$
 $x^2 - 8x + 15 = 0$
 $(x-3)(x-5) = 0$
 $x = 3 \vee x = 5$

f $2x^2 - 5x = 3x$
 $2x^2 - 8x = 0$
 $2x(x-4) = 0$
 $x = 0 \vee x = 4$

30 a $6 - x^2 = -2$
 $-x^2 = -8$
 $x^2 = 8$
 $x = \sqrt{8} = 2\sqrt{2} \vee x = -\sqrt{8} = -2\sqrt{2}$

b $2x^2 = 9x + 5$
 $2x^2 - 9x - 5 = 0$
 $D = (-9)^2 - 4 \cdot 2 \cdot -5 = 121$
 $x = \frac{9+11}{4} = 5 \vee x = \frac{9-11}{4} = -\frac{1}{2}$

c $3(x+2)^2 + 5 = 80$
 $3(x+2)^2 = 75$
 $(x+2)^2 = 25$
 $x+2 = 5 \vee x+2 = -5$
 $x = 3 \vee x = -7$

d $\frac{1}{2}(x-3)^2 - 3 = 5$
 $\frac{1}{2}(x-3)^2 = 8$
 $(x-3)^2 = 16$
 $x-3 = 4 \vee x-3 = -4$
 $x = 7 \vee x = -1$

e $-(2x-1)^2 + 5 = 1$
 $-(2x-1)^2 = -4$
 $(2x-1)^2 = 4$
 $2x-1 = 2 \vee 2x-1 = -2$
 $2x = 3 \vee 2x = -1$
 $x = 1\frac{1}{2} \vee x = -\frac{1}{2}$

f $8 - 3(4x-5)^2 = 5$
 $-3(4x-5)^2 = -3$
 $(4x-5)^2 = 1$
 $4x-5 = 1 \vee 4x-5 = -1$
 $4x = 6 \vee 4x = 4$
 $x = 1\frac{1}{2} \vee x = 1$

31 a $x^2 - 5x = 0$
 $x(x-5) = 0$
 $x = 0 \vee x = 5$

b $x^2 - 5x = 14$
 $x^2 - 5x - 14 = 0$
 $(x+2)(x-7) = 0$
 $x = -2 \vee x = 7$

c $x^2 - 5 = 14$
 $x^2 = 19$
 $x = \sqrt{19} \vee x = -\sqrt{19}$

d $x^2 - 5 = 14x$
 $x^2 - 14x - 5 = 0$
 $(x-7)^2 - 49 - 5 = 0$
 $(x-7)^2 = 54$
 $x-7 = \sqrt{54} \vee x-7 = -\sqrt{54}$
 $x-7 = 3\sqrt{6} \vee x-7 = -3\sqrt{6}$
 $x = 7+3\sqrt{6} \vee x = 7-3\sqrt{6}$

e $(2x-1)(3x+6) = 0$
 $2x-1 = 0 \vee 3x+6 = 0$
 $2x = 1 \vee 3x = -6$
 $x = \frac{1}{2} \vee x = -2$

f $(2x-1)(3x+6) = 9x$
 $6x^2 + 12x - 3x - 6 = 9x$
 $6x^2 = 6$
 $x^2 = 1$
 $x = 1 \vee x = -1$

g $3x(2x-1) = 6$
 $6x^2 - 3x = 6$
 $6x^2 - 3x - 6 = 0$
 $2x^2 - x - 2 = 0$
 $D = (-1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot -2 = 17$
 $x = \frac{1+\sqrt{17}}{4} \vee x = \frac{1-\sqrt{17}}{4}$
 $x = \frac{1}{4} + \frac{1}{4}\sqrt{17} \vee x = \frac{1}{4} - \frac{1}{4}\sqrt{17}$

h $3x(2x-1) = 6 - 9x$
 $6x^2 - 3x = 6 - 9x$
 $6x^2 + 6x - 6 = 0$
 $x^2 + x - 1 = 0$
 $D = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot -1 = 5$
 $x = \frac{-1+\sqrt{5}}{2} \vee x = \frac{-1-\sqrt{5}}{2}$
 $x = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{5} \vee x = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{5}$

32 a $(x+3)^2 = 16x$
 $x^2 + 6x + 9 = 16x$
 $x^2 - 10x + 9 = 0$
 $(x-1)(x-9) = 0$
 $x = 1 \vee x = 9$

b $(2x+3)^2 = -16$
 geen oplossingen

c $2(x+3)^2 = -4x$
 $2(x^2 + 6x + 9) = -4x$
 $2x^2 + 16x + 18 = 0$
 $x^2 + 8x + 9 = 0$
 $(x+4)^2 - 16 + 9 = 0$
 $(x+4)^2 = 7$
 $x+4 = \sqrt{7} \vee x+4 = -\sqrt{7}$
 $x = -4 + \sqrt{7} \vee x = -4 - \sqrt{7}$

d $(2x+3)(4-x) = 9$
 $8x - 2x^2 + 12 - 3x = 9$
 $-2x^2 + 5x + 3 = 0$
 $D = 5^2 - 4 \cdot (-2) \cdot 3 = 49$
 $x = \frac{-5 \pm 7}{-4} = -\frac{1}{2} \vee x = \frac{-5 \pm 7}{-4} = 3$

e $(-4x+3)^2 = 36$
 $-4x+3 = 6 \vee -4x+3 = -6$
 $-4x = 3 \vee -4x = -9$
 $x = -\frac{3}{4} \vee x = 2\frac{1}{4}$

f $-4(x+3)^2 = 4x$
 $(x+3)^2 = -x$
 $x^2 + 6x + 9 = -x$
 $x^2 + 7x + 9 = 0$
 $D = 7^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9 = 13$
 $x = \frac{-7 \pm \sqrt{13}}{2} \vee x = \frac{-7 \pm \sqrt{13}}{2}$
 $x = -3\frac{1}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{13} \vee x = -3\frac{1}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{13}$

g $x^2 - (x+1)^2 = (x+3)^2$
 $x^2 - (x^2 + 2x + 1) = x^2 + 6x + 9$
 $x^2 - x^2 - 2x - 1 = x^2 + 6x + 9$
 $-x^2 - 8x - 10 = 0$
 $x^2 + 8x + 10 = 0$
 $(x+4)^2 - 16 + 10 = 0$
 $(x+4)^2 = 6$
 $x+4 = \sqrt{6} \vee x+4 = -\sqrt{6}$
 $x = -4 + \sqrt{6} \vee x = -4 - \sqrt{6}$

h $(x+3)^2 + (x+2)^2 = 25$
 $x^2 + 6x + 9 + x^2 + 4x + 4 = 25$
 $2x^2 + 10x - 12 = 0$
 $x^2 + 5x - 6 = 0$
 $(x-1)(x+6) = 0$
 $x = 1 \vee x = -6$

33 a $2x^2 - 13x = 3(x-10)$
 $2x^2 - 13x = 3x - 30$
 $2x^2 - 16x + 30 = 0$
 $x^2 - 8x + 15 = 0$
 $(x-3)(x-5) = 0$
 $x = 3 \vee x = 5$

b $3x^2 + 2x + 7 = 7(x+1)$
 $3x^2 + 2x + 7 = 7x + 7$
 $3x^2 - 5x = 0$
 $x(3x-5) = 0$
 $x = 0 \vee 3x-5 = 0$
 $x = 0 \vee 3x = 5$
 $x = 0 \vee x = 1\frac{2}{3}$

c $100(x^2-1) = 525$
 $100x^2 - 100 = 525$
 $100x^2 = 625$
 $x^2 = 6\frac{1}{4}$
 $x = 2\frac{1}{2} \vee x = -2\frac{1}{2}$

d $2(x-3)^2 = 3x-10$
 $2(x^2 - 6x + 9) = 3x - 10$
 $2x^2 - 12x + 18 = 3x - 10$
 $2x^2 - 15x + 28 = 0$
 $D = (-15)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 28 = 1$
 $x = \frac{15 \pm 1}{4} = 4 \vee x = \frac{15 \pm 1}{4} = 3\frac{1}{2}$

e $5(4x-1)(6x-5) = 0$
 $4x-1 = 0 \vee 6x-5 = 0$
 $4x = 1 \vee 6x = 5$
 $x = \frac{1}{4} \vee x = \frac{5}{6}$

f $\frac{1}{4}(2x-3)^2 - 3 = 1$
 $\frac{1}{4}(2x-3)^2 = 4$
 $(2x-3)^2 = 16$
 $2x-3 = 4 \vee 2x-3 = -4$
 $2x = 7 \vee 2x = -1$
 $x = 3\frac{1}{2} \vee x = -\frac{1}{2}$

Bladzijde 25

34 a $f(x) = 0$ geeft $2x - 3 = 0$

$$2x = 3$$

$$x = 1\frac{1}{2}$$

Het nulpunt van f is $1\frac{1}{2}$.

$$g(x) = 0 \text{ geeft } -\frac{1}{4}x + 2 = 0$$

$$-\frac{1}{4}x = -2$$

$$x = 8$$

Het nulpunt van g is 8.

$$h(x) = 0 \text{ geeft } (2x - 3)(-\frac{1}{4}x + 2) = 0$$

$$2x - 3 = 0 \vee -\frac{1}{4}x + 2 = 0$$

$$2x = 3 \vee -\frac{1}{4}x = -2$$

$$x = 1\frac{1}{2} \vee x = 8$$

De nulpunten van h zijn $1\frac{1}{2}$ en 8.

b $x_{\text{top}} = \frac{1\frac{1}{2} + 8}{2} = 4\frac{3}{4}$ geeft $y_{\text{top}} = (2 \cdot 4\frac{3}{4} - 3)(-\frac{1}{4} \cdot 4\frac{3}{4} + 2) = 6\frac{1}{2} \cdot \frac{13}{16} = 5\frac{9}{32}$

$f(4\frac{3}{4}) = 6\frac{1}{2} \neq 5\frac{9}{32}$, dus de top van de grafiek van h ligt niet op de grafiek van f .

c $k(x) = 0$ geeft $-\frac{1}{4}x + b = 0$

$$-\frac{1}{4}x = -b$$

$$x = 4b$$

$$l(x) = f(x) \cdot k(x) \text{ geeft } x_{\text{top}} = \frac{1\frac{1}{2} + 4b}{2} = \frac{3}{4} + 2b$$

$$l(\frac{3}{4} + 2b) = (2(\frac{3}{4} + 2b) - 3)(-\frac{1}{4}(\frac{3}{4} + 2b) + b) = (1\frac{1}{2} + 4b - 3)(-\frac{3}{16} - \frac{1}{2}b + b) = (4b - 1\frac{1}{2})(\frac{1}{2}b - \frac{3}{16})$$

$$= 2b^2 - 1\frac{1}{2}b + \frac{9}{32}$$

De top is $(2b + \frac{3}{4}, 2b^2 - 1\frac{1}{2}b + \frac{9}{32})$.

De top op de grafiek van k geeft

$$\left. \begin{array}{l} y = -\frac{1}{4}x + b \\ \text{door } (2b + \frac{3}{4}, 2b^2 - 1\frac{1}{2}b + \frac{9}{32}) \end{array} \right\} \begin{array}{l} 2b^2 - 1\frac{1}{2}b + \frac{9}{32} = -\frac{1}{4}(2b + \frac{3}{4}) + b \\ 2b^2 - 1\frac{1}{2}b + \frac{9}{32} = -\frac{1}{2}b - \frac{3}{16} + b \end{array}$$

$$2b^2 - 2b + \frac{15}{32} = 0$$

$$b^2 - b + \frac{15}{64} = 0$$

$$(b - \frac{3}{8})(b - \frac{5}{8}) = 0$$

$$b = \frac{3}{8} \vee b = \frac{5}{8}$$

35 a $x^2 + 8x = 20$

$$x(x + 8) = 20$$

$$(x + 4)^2 = 20 + 4^2$$

$$(x + 4)^2 = 36$$

$$x + 4 = 6$$

$$x = 2$$

b $x^2 + bx = c$

$$x^2 + bx - c = 0$$

$$D = b^2 - 4 \cdot 1 \cdot -c = b^2 + 4c$$

$$x = \frac{-b + \sqrt{b^2 + 4c}}{2} = -\frac{1}{2}b + \frac{1}{2}\sqrt{b^2 + 4c} = -\frac{1}{2}b + \frac{1}{2}\sqrt{4(\frac{1}{4}b^2 + c)} = -\frac{1}{2}b + \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{(\frac{1}{4}b^2 + c)}$$

$$\text{Dus } x = \sqrt{c + (\frac{1}{4}b)^2} - \frac{1}{2}b.$$

$$x^2 + 18x = 20$$

$$x(x + 18) = 20$$

$$(x + 9)^2 = 20 + 9^2$$

$$(x + 9)^2 = 101$$

$$x + 9 = \sqrt{101}$$

$$x = \sqrt{101} - 9$$

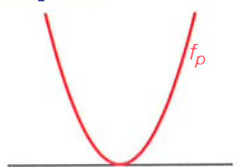
$$\begin{aligned}
 \text{c } x^2 + bx &= c \\
 (x + \frac{1}{2}b)^2 - (\frac{1}{2}b)^2 &= c \\
 (x + \frac{1}{2}b)^2 &= c + (\frac{1}{2}b)^2 \\
 x + \frac{1}{2}b &= \sqrt{c + (\frac{1}{2}b)^2} \\
 x &= \sqrt{c + (\frac{1}{2}b)^2} - \frac{1}{2}b
 \end{aligned}$$

1.3 Werken met parameters

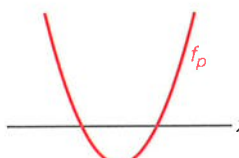
Bladzijde 27

- 36 a** $p = 1$ geeft $f(x) = -x^2 + 6x + 1$
 $x_{\text{top}} = -\frac{b}{2a} = -\frac{6}{2 \cdot -1} = 3$ en $y_{\text{top}} = -3^2 + 6 \cdot 3 + 1 = 10$
 De top is dus $(3, 10)$.
- b** $p = -9$ geeft $f(x) = -x^2 + 6x - 9$
 $x_{\text{top}} = -\frac{b}{2a} = -\frac{6}{2 \cdot -1} = 3$ en $y_{\text{top}} = -3^2 + 6 \cdot 3 - 9 = 0$
 De top is $(3, 0)$, dus de top ligt op de x -as.

Bladzijde 28

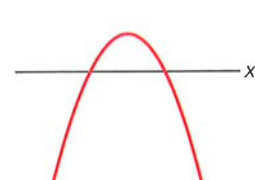
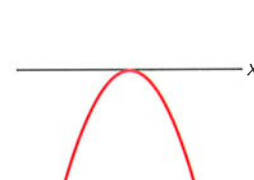
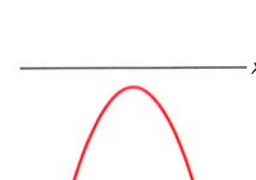
- 37 a** 
- er moet gelden $D = 0$
 $D = (-6)^2 - 4 \cdot 2 \cdot p = 36 - 8p$

$$\begin{cases} 36 - 8p = 0 \\ -8p = -36 \\ p = 4\frac{1}{2} \end{cases}$$

- b** 
- er moet gelden $D > 0$
 $D = 36 - 8p$

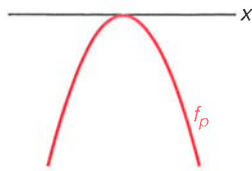
$$\begin{cases} 36 - 8p > 0 \\ -8p > -36 \\ p < 4\frac{1}{2} \end{cases}$$

38 De grafiek van $y = ax^2 + bx + c$ met $a < 0$

$D > 0$	$D = 0$	$D < 0$
twee snijpunten met de x -as	één snijpunt (raakpunt) met de x -as	geen snijpunt met de x -as
		

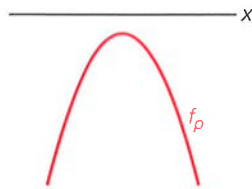
39

a



$$\begin{aligned} \text{er moet gelden } D &= 0 \\ D &= (-5)^2 - 4 \cdot -\frac{1}{2} \cdot p = 25 + 2p \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} D &= 0 \\ D &= 25 + 2p \end{aligned}} \right\} \begin{aligned} 25 + 2p &= 0 \\ 2p &= -25 \\ p &= -12\frac{1}{2} \end{aligned}$$

b

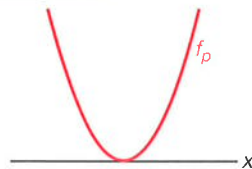


$$\begin{aligned} \text{er moet gelden } D &< 0 \\ D &= 25 + 2p \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} D &< 0 \\ D &= 25 + 2p \end{aligned}} \right\} \begin{aligned} 25 + 2p &< 0 \\ 2p &< -25 \\ p &< -12\frac{1}{2} \end{aligned}$$

Bladzijde 29

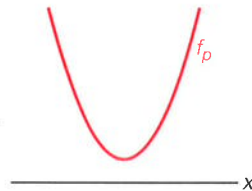
40

a



$$\begin{aligned} \text{er moet gelden } D &= 0 \\ D &= p^2 - 4 \cdot 3 \cdot 3 = p^2 - 36 \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} D &= 0 \\ D &= p^2 - 36 \end{aligned}} \right\} \begin{aligned} p^2 - 36 &= 0 \\ p^2 &= 36 \\ p &= 6 \vee p = -6 \end{aligned}$$

b



$$\begin{aligned} \text{er moet gelden } D &< 0 \\ D &= p^2 - 36 \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} D &< 0 \\ D &= p^2 - 36 \end{aligned}} \right\} \begin{aligned} p^2 - 36 &< 0 \\ p^2 &< 36 \\ -6 &< p < 6 \end{aligned}$$

41

$$\begin{aligned} (x^2 - 17x + 71)^{x^2 + 4} &= 1 \\ x^2 - 17x + 71 &= 1 \vee (x^2 - 17x + 71 = -1 \text{ en } x^2 + 4 \text{ is even}) \\ x^2 - 17x + 70 &= 0 \vee (x^2 - 17x + 72 = 0 \text{ en } x^2 \text{ is even}) \\ (x - 7)(x - 10) &= 0 \vee ((x - 8)(x - 9) = 0 \text{ en } x^2 \text{ is even}) \\ x &= 7 \vee x = 10 \vee ((x = 8 \vee x = 9) \text{ en } x^2 \text{ is even}) \\ x &= 7 \vee x = 10 \vee x = 8 \end{aligned}$$

42

$$\begin{aligned} x_{\text{top}} &= -\frac{b}{2a} = -\frac{p}{8} = -\frac{1}{8}p \\ y_{\text{top}} &= f_p\left(-\frac{1}{8}p\right) = 4\left(-\frac{1}{8}p\right)^2 + p \cdot -\frac{1}{8}p + 5 = \frac{1}{16}p^2 - \frac{1}{8}p^2 + 5 = -\frac{1}{16}p^2 + 5 \end{aligned}$$

Bladzijde 30

$$43 \quad x_{\text{top}} = -\frac{p}{2 \cdot -2} = \frac{1}{4}p$$

$$y_{\text{top}} = f_p\left(\frac{1}{4}p\right) = -2 \cdot \left(\frac{1}{4}p\right)^2 + p \cdot \frac{1}{4}p + 1 = -\frac{1}{8}p^2 + \frac{1}{4}p^2 + 1 = \frac{1}{8}p^2 + 1$$

Het maximum is 9 geeft $\frac{1}{8}p^2 + 1 = 9$

$$\frac{1}{8}p^2 = 8$$

$$p^2 = 64$$

$$p = 8 \vee p = -8$$

$$44 \quad x_{\text{top}} = -\frac{p}{2 \cdot 1} = -\frac{1}{2}p$$

$$y_{\text{top}} = f_p\left(-\frac{1}{2}p\right) = \left(-\frac{1}{2}p\right)^2 + p \cdot \left(-\frac{1}{2}p\right) + 3 = \frac{1}{4}p^2 - \frac{1}{2}p^2 + 3 = -\frac{1}{4}p^2 + 3$$

De top $\left(-\frac{1}{2}p, -\frac{1}{4}p^2 + 3\right)$ invullen in $y = x + 1$ geeft $-\frac{1}{4}p^2 + 3 = -\frac{1}{2}p + 1$

$$-\frac{1}{4}p^2 + \frac{1}{2}p + 2 = 0$$

$$p^2 - 2p - 8 = 0$$

$$(p+2)(p-4) = 0$$

$$p = -2 \vee p = 4$$

$$45 \quad a \quad x_{\text{top}} = -\frac{6}{2 \cdot p} = -\frac{3}{p}$$

$$y_{\text{top}} = f_p\left(-\frac{3}{p}\right) = p \cdot \left(-\frac{3}{p}\right)^2 + 6 \cdot -\frac{3}{p} + 1 = \frac{9}{p} - \frac{18}{p} + 1 = -\frac{9}{p} + 1$$

De extreme waarde is -2 geeft $-\frac{9}{p} + 1 = -2$

$$-\frac{9}{p} = -3$$

$$p = 3$$

b $p = 3$ geeft $f_3(x) = 3x^2 + 6x + 1$

De grafiek is een dalparabool, dus de externe waarde is een minimum.

$$46 \quad a \quad f_{p,q}(x) = \frac{1}{2}x^2 + px + q \text{ geeft } x_{\text{top}} = -\frac{p}{2 \cdot \frac{1}{2}} = -p \text{ en}$$

$$y_{\text{top}} = f_{p,q}(-p) = \frac{1}{2} \cdot (-p)^2 + p \cdot -p + q = \frac{1}{2}p^2 - p^2 + q = -\frac{1}{2}p^2 + q.$$

$$\left. \begin{array}{l} y = x^2 + x + 1 \\ \text{door } (-p, -\frac{1}{2}p^2 + q) \end{array} \right\} \begin{array}{l} -\frac{1}{2}p^2 + q = (-p)^2 + -p + 1 \\ -\frac{1}{2}p^2 + q = p^2 - p + 1 \end{array}$$

$$q = \frac{1}{2}p^2 - p + 1$$

b $x_{\text{top}} = -p = 2$, dus $p = -2$ en $q = \frac{1}{2} \cdot (-2)^2 - (-2) + 1 = 9$.

$$47 \quad a \quad p = -1 \text{ geeft } x^2 - x - 6 = 0$$

$$(x+2)(x-3) = 0$$

$$x = -2 \vee x = 3$$

b $p = 2$ geeft $x^2 + 2x - 6 = 0$

$$D = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot -6 = 28$$

$D > 0$, dus er zijn twee oplossingen.

c $x^2 + px - 6 = 0$

$$D = p^2 - 4 \cdot 1 \cdot -6 = p^2 + 24$$

Voor elke p is $D \geq 24$, dus positief.

Daarom heeft de vergelijking $x^2 + px - 6 = 0$ voor elke p twee oplossingen.

Bladzijde 31

- 48 a** Als $p = 0$ is de vergelijking $3x + 1 = 0$.
Dit is een lineaire vergelijking, en die heeft geen discriminant.
- b** $-3 < p < 0 \vee p > 0$

- 49 a** twee oplossingen als $D > 0$
 $D = (-7)^2 - 4 \cdot 1 \cdot p = 49 - 4p$

$$\left. \begin{array}{l} 49 - 4p > 0 \\ -4p > -49 \\ p < 12\frac{1}{4} \end{array} \right\}$$
- b** twee oplossingen als $D > 0$
 $D = (-5)^2 - 4 \cdot 2 \cdot -p = 25 + 8p$

$$\left. \begin{array}{l} 25 + 8p > 0 \\ 8p > -25 \\ p > -3\frac{1}{8} \end{array} \right\}$$
- c** twee oplossingen als $D > 0$
 $D = 4^2 - 4 \cdot -3 \cdot -p = 16 - 12p$

$$\left. \begin{array}{l} 16 - 12p > 0 \\ -12p > -16 \\ p < 1\frac{1}{3} \end{array} \right\}$$
- d** twee oplossingen als $D > 0$
 $D = (-3)^2 - 4 \cdot \frac{1}{4} \cdot p = 9 - p$

$$\left. \begin{array}{l} 9 - p > 0 \\ -p > -9 \\ p < 9 \end{array} \right\}$$

- 50 a** twee oplossingen als $D > 0$
 $D = p^2 - 4 \cdot 1 \cdot 25 = p^2 - 100$

$$\left. \begin{array}{l} p^2 - 100 > 0 \\ p^2 > 100 \\ p < -10 \vee p > 10 \end{array} \right\}$$
- b** geen oplossingen als $D < 0$
 $D = p^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = p^2 - 16$

$$\left. \begin{array}{l} p^2 - 16 < 0 \\ p^2 < 16 \\ -4 < p < 4 \end{array} \right\}$$
- c** twee oplossingen als $D > 0$
 $D = p^2 - 4 \cdot -2 \cdot 3 = p^2 + 24$

$$\left. \begin{array}{l} p^2 + 24 > 0 \\ \text{voor elke } p \end{array} \right\}$$
- De vergelijking heeft dus twee oplossingen voor elke p .

- 51 a** $x = 1$ is oplossing, dus $1^2 + 2 \cdot 1 + p = 0$

$$\begin{array}{l} 3 + p = 0 \\ p = -3 \end{array}$$

$p = -3$ geeft $x^2 + 2x - 3 = 0$

$$(x - 1)(x + 3) = 0$$

$$x = 1 \vee x = -3$$

Dus $p = -3$ en de andere oplossing is $x = -3$

b $x = 2$ is een oplossing, dus $p \cdot 2^2 - 11 \cdot 2 + 10 = 0$

$$\begin{array}{l} 4p = 12 \\ p = 3 \end{array}$$

$p = 3$ geeft $3x^2 - 11x + 10 = 0$

$$D = (-11)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 10 = 1$$

$$x = \frac{11 \pm 1}{6} = 2 \vee x = \frac{11 - 1}{6} = 1\frac{2}{3}$$

Dus $p = 3$ en de andere oplossing is $x = 1\frac{2}{3}$.

- 52 a** $p = 0$ geeft de vergelijking $5x + 2 = 0$ en deze vergelijking heeft één oplossing
 $p \neq 0$ geeft $D = 5^2 - 4 \cdot p \cdot 2 = 25 - 8p$
twee oplossingen als $D > 0$

$$\left. \begin{array}{l} 25 - 8p > 0 \\ -8p > -25 \\ p < 3\frac{1}{8} \end{array} \right\}$$
- Dus twee oplossingen als $p < 0 \vee 0 < p < 3\frac{1}{8}$.

- b** $p = 0$ geeft de vergelijking $-3x - 4 = 0$ en deze vergelijking heeft één oplossing.

$$\left. \begin{array}{l} p \neq 0 \text{ geeft } D = (-3)^2 - 4 \cdot p \cdot -4 = 9 + 16p \\ \text{twee oplossingen als } D > 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 9 + 16p > 0 \\ 16p > -9 \\ p > -\frac{9}{16} \end{array}$$

Dus twee oplossingen voor $-\frac{9}{16} < p < 0 \vee p > 0$.

53 a geen oplossingen als $D < 0$

$$\left. \begin{array}{l} D = 1^2 - 4 \cdot 2 \cdot p = 1 - 8p \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} 1 - 8p < 0 \\ -8p < -1 \\ p > \frac{1}{8} \end{array}$$

- b** $p = 0$ geeft de vergelijking $x = 0$ en deze vergelijking heeft één oplossing.

$$\left. \begin{array}{l} p \neq 0 \text{ geeft } D = 1^2 - 4 \cdot p \cdot p = 1 - 4p^2 \\ \text{twee oplossingen als } D > 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 1 - 4p^2 > 0 \\ -4p^2 > -1 \\ p^2 < \frac{1}{4} \\ -\frac{1}{2} < p < \frac{1}{2} \end{array}$$

Dus twee oplossingen voor $-\frac{1}{2} < p < 0 \vee 0 < p < \frac{1}{2}$.

c twee oplossingen als $D > 0$

$$\left. \begin{array}{l} D = p^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1 = p^2 - 8 \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} p^2 - 8 > 0 \\ p^2 > 8 \\ p < -2\sqrt{2} \vee p > 2\sqrt{2} \end{array}$$

Bladzijde 32

- 54 a** $p = 0$ geeft de vergelijking $6x + 9 = 0$ en deze vergelijking heeft één oplossing.

$$6x = -9$$

$$x = -1\frac{1}{2}$$

$$\left. \begin{array}{l} p \neq 0 \text{ geeft } D = 6^2 - 4 \cdot p \cdot 9 = 36 - 36p \\ \text{één oplossing, dus } D = 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 36 - 36p = 0 \\ -36p = -36 \\ p = 1 \end{array}$$

$p = 1$ geeft de vergelijking $x^2 + 6x + 9 = 0$

$$(x + 3)^2 = 0$$

$$x + 3 = 0$$

$$x = -3$$

Voor $p = 0$ is de oplossing $x = -1\frac{1}{2}$ en voor $p = 1$ is de oplossing $x = -3$.

b $D = p^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = p^2 - 4$

$$\left. \begin{array}{l} \text{één oplossing als } D = 0 \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} p^2 - 4 = 0 \\ p^2 = 4 \\ p = 2 \vee p = -2 \end{array}$$

$p = 2$ geeft de vergelijking $x^2 + 2x + 1 = 0$

$$(x + 1)^2 = 0$$

$$x + 1 = 0$$

$$x = -1$$

$p = -2$ geeft de vergelijking $x^2 - 2x + 1 = 0$

$$(x - 1)^2 = 0$$

$$x - 1 = 0$$

$$x = 1$$

Voor $p = 2$ is de oplossing $x = -1$ en voor $p = -2$ is de oplossing $x = 1$.

- 55** $-4 < p < 0 \vee p > 0$ oftewel $p > -4$ en $p \neq 0$.

$D > 0$ moet als oplossing hebben $p > -4$

$$p + 4 > 0$$

$$4 + p > 0$$

Neem $a = p$ en $b = 2$ in $ax^2 + bx + c = 0$.

Dit geeft $px^2 + 2x + c = 0$.

Er geldt nu $D = 4 - 4pc$ en dit moet gelijk zijn aan $4 + p$, dus $-4c = 1$ oftewel $c = -\frac{1}{4}$.

De vergelijking zou dus kunnen zijn $px^2 + 2x - \frac{1}{4} = 0$.

- 56 a** $f_p(x) = x^2 + px + 7$ geeft $x_{\text{top}} = -\frac{b}{2a} = -\frac{p}{2} = -\frac{1}{2}p$
 Uit $x_{\text{top}} = -\frac{1}{2}p$ volgt $\frac{1}{2}p = -x_{\text{top}}$
 $p = -2x_{\text{top}}$
- b** $f_p(x) = 2x^2 + px - 3$ geeft $x_{\text{top}} = -\frac{b}{2a} = -\frac{p}{4} = -\frac{1}{4}p$
 Uit $x_{\text{top}} = -\frac{1}{4}p$ volgt $\frac{1}{4}p = -x_{\text{top}}$
 $p = -4x_{\text{top}}$
- c** $f_p(x) = -3x^2 + 4px + 4$ geeft $x_{\text{top}} = -\frac{b}{2a} = -\frac{4p}{-6} = \frac{2}{3}p$
 Uit $x_{\text{top}} = \frac{2}{3}p$ volgt $\frac{2}{3}p = x_{\text{top}}$
 $p = 1\frac{1}{2}x_{\text{top}}$
- d** $f_p(x) = px^2 + 6x - 1$ geeft $x_{\text{top}} = -\frac{b}{2a} = -\frac{6}{2p} = -\frac{3}{p}$
 Uit $x_{\text{top}} = -\frac{3}{p}$ volgt $p \cdot x_{\text{top}} = -3$
 $p = -\frac{3}{x_{\text{top}}}$
- e** $f_p(x) = p^2x^2 + 4px + 2$ geeft $x_{\text{top}} = -\frac{b}{2a} = -\frac{4p}{2p^2} = -\frac{2}{p}$
 Uit $x_{\text{top}} = -\frac{2}{p}$ volgt $p \cdot x_{\text{top}} = -2$
 $p = -\frac{2}{x_{\text{top}}}$

Bladzijde 33

- 57 a** $x_{\text{top}} = -\frac{b}{2a} = -\frac{p}{-\frac{1}{4}} = 4p$, dus $p = \frac{1}{4}x_{\text{top}}$.
- $$\begin{aligned}
 & \left. \begin{aligned} y_{\text{top}} &= -\frac{1}{8}x_{\text{top}}^2 + px_{\text{top}} - 6 \\ p &= \frac{1}{4}x_{\text{top}} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} y_{\text{top}} &= -\frac{1}{8}x_{\text{top}}^2 + \frac{1}{4}x_{\text{top}} \cdot x_{\text{top}} - 6 \\ y_{\text{top}} &= -\frac{1}{8}x_{\text{top}}^2 + \frac{1}{4}x_{\text{top}}^2 - 6 \\ y_{\text{top}} &= \frac{1}{8}x_{\text{top}}^2 - 6 \end{aligned}
 \end{aligned}$$
- Dus de formule van de kromme is $y = \frac{1}{8}x^2 - 6$.
- b** $x_{\text{top}} = -\frac{p}{2 \cdot -1} = \frac{1}{2}p$, dus $p = 2x_{\text{top}}$.
- $$\begin{aligned}
 & \left. \begin{aligned} y_{\text{top}} &= -x_{\text{top}}^2 + px_{\text{top}} + 2p \\ p &= 2x_{\text{top}} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} y_{\text{top}} &= -x_{\text{top}}^2 + 2x_{\text{top}} \cdot x_{\text{top}} + 2 \cdot 2x_{\text{top}} \\ y_{\text{top}} &= -x_{\text{top}}^2 + 2x_{\text{top}}^2 + 4x_{\text{top}} \\ y_{\text{top}} &= x_{\text{top}}^2 + 4x_{\text{top}} \end{aligned}
 \end{aligned}$$
- Dus de formule van de kromme is $y = x^2 + 4x$.
- c** $x_{\text{top}} = -\frac{-2p}{2 \cdot p^2} = \frac{1}{p}$, dus $p = \frac{1}{x_{\text{top}}}$.
- $$\begin{aligned}
 & \left. \begin{aligned} y_{\text{top}} &= p^2x_{\text{top}}^2 - 2px_{\text{top}} + 3 \\ p &= \frac{1}{x_{\text{top}}} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} y_{\text{top}} &= \left(\frac{1}{x_{\text{top}}}\right)^2 \cdot x_{\text{top}}^2 - 2 \cdot \frac{1}{x_{\text{top}}} \cdot x_{\text{top}} + 3 \\ y_{\text{top}} &= 1 - 2 + 3 \\ y_{\text{top}} &= 2 \end{aligned}
 \end{aligned}$$
- Dus de formule van de kromme is $y = 2$ voor $p \neq 0$.
- d** $x_{\text{top}} = -\frac{-p}{2 \cdot p} = \frac{1}{2}$
- $$\begin{aligned}
 & \left. \begin{aligned} y_{\text{top}} &= px_{\text{top}}^2 - px_{\text{top}} + 1 \\ x_{\text{top}} &= \frac{1}{2} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} y_{\text{top}} &= p \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 - p \cdot \frac{1}{2} + 1 \\ y_{\text{top}} &= \frac{1}{4}p - \frac{1}{2}p + 1 \\ y_{\text{top}} &= -\frac{1}{4}p + 1 \end{aligned}
 \end{aligned}$$
- Dus de coördinaten van de toppen van de grafiek van f_p zijn $(\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}p + 1)$.
 De formule van de kromme is $x = \frac{1}{2}$ voor $p \neq 0$.

$$58 \quad x_{\text{top}} = -\frac{b}{2a} = -\frac{6}{2p} = -\frac{3}{p}, \text{ dus } p = -\frac{3}{x_{\text{top}}}.$$

$$\left. \begin{array}{l} y_{\text{top}} = px_{\text{top}}^2 + 6x_{\text{top}} + p \\ p = -\frac{3}{x_{\text{top}}} \end{array} \right\} \begin{aligned} y_{\text{top}} &= -\frac{3}{x_{\text{top}}} \cdot x_{\text{top}}^2 + 6x_{\text{top}} - \frac{3}{x_{\text{top}}} \\ y_{\text{top}} &= -3x_{\text{top}} + 6x_{\text{top}} - \frac{3}{x_{\text{top}}} \\ y_{\text{top}} &= 3x_{\text{top}} - \frac{3}{x_{\text{top}}} \end{aligned}$$

Dus de formule van de kromme is $y = 3x - \frac{3}{x}$ voor $p \neq 0$.

1.4 Domein, bereik en modulusfunctie

Bladzijde 35

$$59 \quad \text{a} \quad x_{\text{top}} = -\frac{b}{2a} = -\frac{0,4}{2 \cdot -0,01} = 20 \text{ geeft } h_{\text{top}} = -0,01 \cdot 20^2 + 0,4 \cdot 20 + 5 = 9$$

Dus de bal komt maximaal 9 meter hoog.

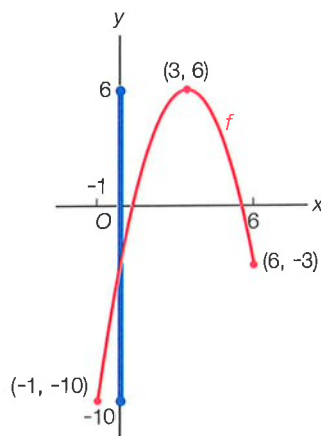
$$\begin{aligned} \text{b} \quad h = 0 \text{ geeft } -0,01x^2 + 0,4x + 5 &= 0 \\ x^2 - 40x - 500 &= 0 \\ (x + 10)(x - 50) &= 0 \\ x = -10 \vee x = 50 \end{aligned}$$

De bal komt 50 meter verderop op de grond.

Bladzijde 36

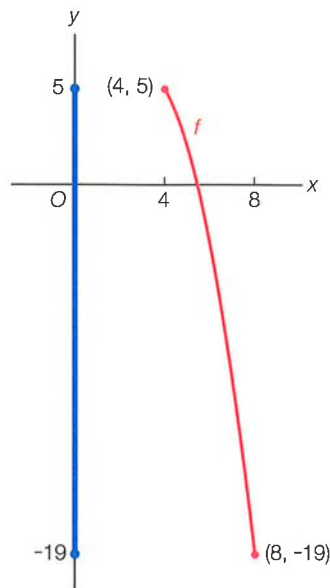
$$60 \quad \text{a} \quad f(-1) = -(-1)^2 + 6 \cdot -1 - 3 = -10 \text{ en } f(6) = -6^2 + 6 \cdot 6 - 3 = -3$$

$$x_{\text{top}} = -\frac{b}{2a} = -\frac{6}{2 \cdot -1} = 3 \text{ en } y_{\text{top}} = f(3) = -3^2 + 6 \cdot 3 - 3 = 6$$



Dus $B_f = [-10, 6]$.

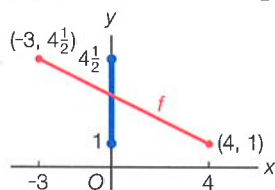
- b** $f(4) = -4^2 + 6 \cdot 4 - 3 = 5$ en $f(8) = -8^2 + 6 \cdot 8 - 3 = -19$
 $x_{\text{top}} = 3$ en $y_{\text{top}} = 6$ (zie vraag a)



Dus $B_f = [-19, 5]$.

Bladzijde 37

- 61 a** $f(-3) = -\frac{1}{2} \cdot -3 + 3 = 4\frac{1}{2}$ en $f(4) = -\frac{1}{2} \cdot 4 + 3 = 1$



Dus $B_f = [1, 4\frac{1}{2}]$.

- b** Het minimum van g is $g(2) = 4$, dus $B_g = [4, \rightarrow)$.
c $D_h = [2, \rightarrow)$ en $B_h = [1, \rightarrow)$

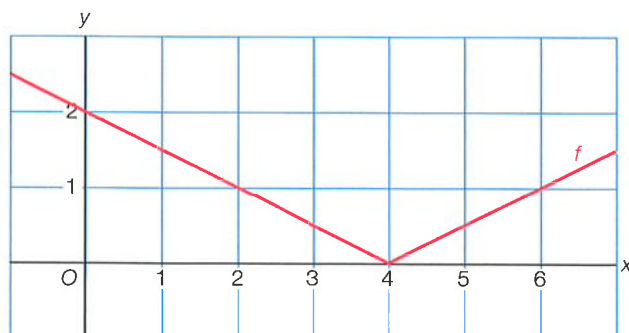
- 62 a**
$$\begin{aligned} h &= -0,004x^2 + 0,62x \\ h &= 3 \end{aligned} \quad \left\{ \begin{aligned} -0,004x^2 + 0,62x &= 3 \\ -0,004x^2 + 0,62x - 3 &= 0 \\ x^2 - 155x + 750 &= 0 \\ (x - 5)(x - 150) &= 0 \\ x &= 0 \vee x = 150 \end{aligned} \right.$$

De golfbal komt neer na 150 m, dus $D_h = [0, 150]$.

- b** $x_{\text{top}} = -\frac{b}{2a} = -\frac{0,62}{2 \cdot -0,004} = 77,5$ en $h_{\text{top}} = -0,004 \cdot 77,5^2 + 0,62 \cdot 77,5 = 24,025$

De golfbal komt 24,025 m hoog, dus $B_h = [0; 24,025]$.

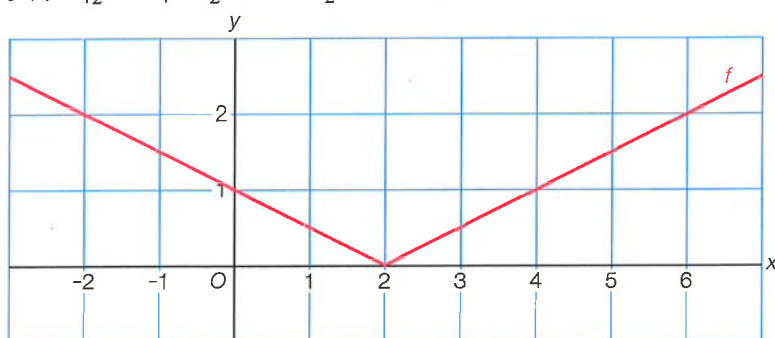
63 a



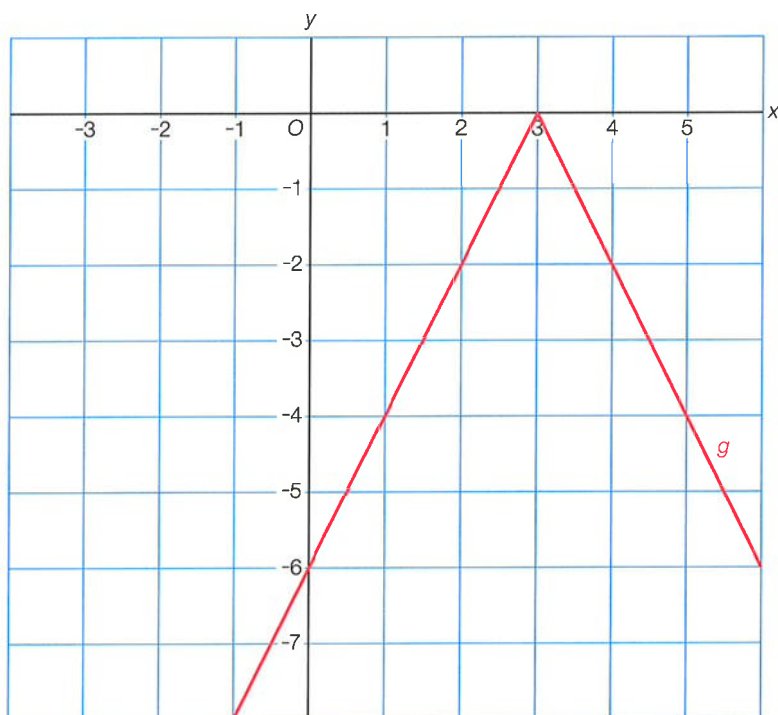
- b** $B_f = [0, \rightarrow)$

Bladzijde 38

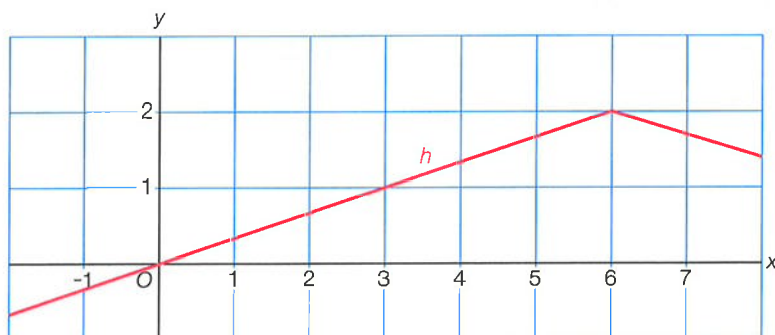
- 64 a** $f(x) = \left| \frac{1}{2}x - 1 \right| = \frac{1}{2}x - 1$ als $\frac{1}{2}x - 1 \geq 0$, dus als $x \geq 2$.
 $f(x) = \left| \frac{1}{2}x - 1 \right| = -\frac{1}{2}x + 1$ als $\frac{1}{2}x - 1 < 0$, dus als $x < 2$.



- b** $g(x) = -|2x - 6| = -2x + 6$ als $2x - 6 \geq 0$, dus als $x \geq 3$.
 $g(x) = -|2x - 6| = 2x - 6$ als $2x - 6 < 0$, dus als $x < 3$.

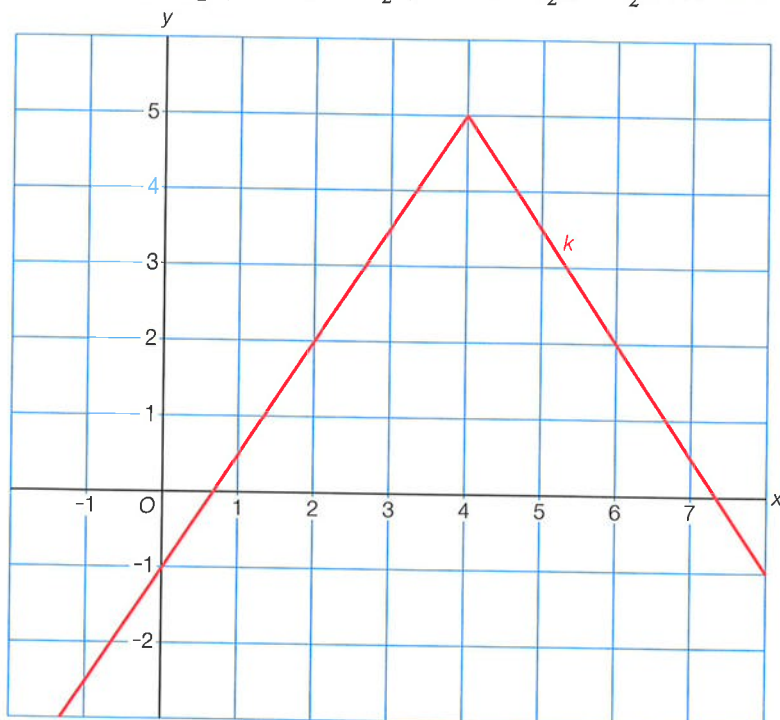


- c** $h(x) = 2 - \left| \frac{1}{3}x - 2 \right| = 2 - \left(\frac{1}{3}x - 2 \right) = 2 - \frac{1}{3}x + 2 = -\frac{1}{3}x + 4$ als $\frac{1}{3}x - 2 \geq 0$, dus als $x \geq 6$.
 $h(x) = 2 - \left| \frac{1}{3}x - 2 \right| = 2 - \left(-\frac{1}{3}x + 2 \right) = 2 + \frac{1}{3}x - 2 = \frac{1}{3}x$ als $\frac{1}{3}x - 2 < 0$, dus als $x < 6$.



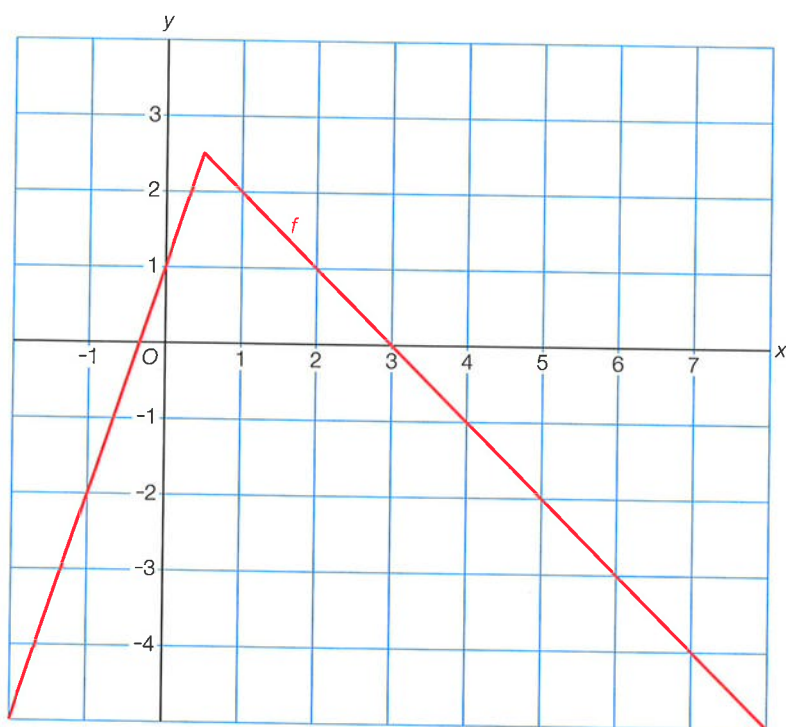
d $k(x) = 5 - \left|6 - 1\frac{1}{2}x\right| = 5 - (6 - 1\frac{1}{2}x) = 5 - 6 + 1\frac{1}{2}x = 1\frac{1}{2}x - 1$ als $6 - 1\frac{1}{2}x \geq 0$, dus als $x \leq 4$.

$k(x) = 5 - \left|6 - 1\frac{1}{2}x\right| = 5 - (-6 + 1\frac{1}{2}x) = 5 + 6 - 1\frac{1}{2}x = -1\frac{1}{2}x + 11$ als $6 - 1\frac{1}{2}x < 0$, dus als $x > 4$.



65 a $f(x) = x + 2 - |2x - 1| = x + 2 - (2x - 1) = x + 2 - 2x + 1 = -x + 3$ als $2x - 1 \geq 0$, dus als $x \geq \frac{1}{2}$.

$f(x) = x + 2 - |2x - 1| = x + 2 - (-2x + 1) = x + 2 + 2x - 1 = 3x + 1$ als $2x - 1 < 0$, dus als $x < \frac{1}{2}$.



$f(\frac{1}{2}) = 2\frac{1}{2}$, dus $B_f = \langle \leftarrow, 2\frac{1}{2} \rangle$.

b $x \geq \frac{1}{2}$ geeft $-x + 3 = -x^2 + 4x + 3$

$$x^2 - 5x = 0$$

$$x(x - 5) = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} x = 0 \vee x = 5 \\ x \geq \frac{1}{2} \end{array} \right\} x = 5$$

$x < \frac{1}{2}$ geeft $3x + 1 = -x^2 + 4x + 3$

$$x^2 - x - 2 = 0$$

$$(x + 1)(x - 2) = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} x = -1 \vee x = 2 \\ x < \frac{1}{2} \end{array} \right\} x = -1$$

$$f(5) = -2 \text{ en } f(-1) = -2$$

Dus de snijpunten zijn $(5, -2)$ en $(-1, -2)$.

66 a $f(x) = ax - 1 - |3x - 4| = ax - 1 - (3x - 4) = ax - 1 - 3x + 4 = (a - 3)x + 3$

als $3x - 4 \geq 0$, dus als $x \geq 1\frac{1}{3}$.

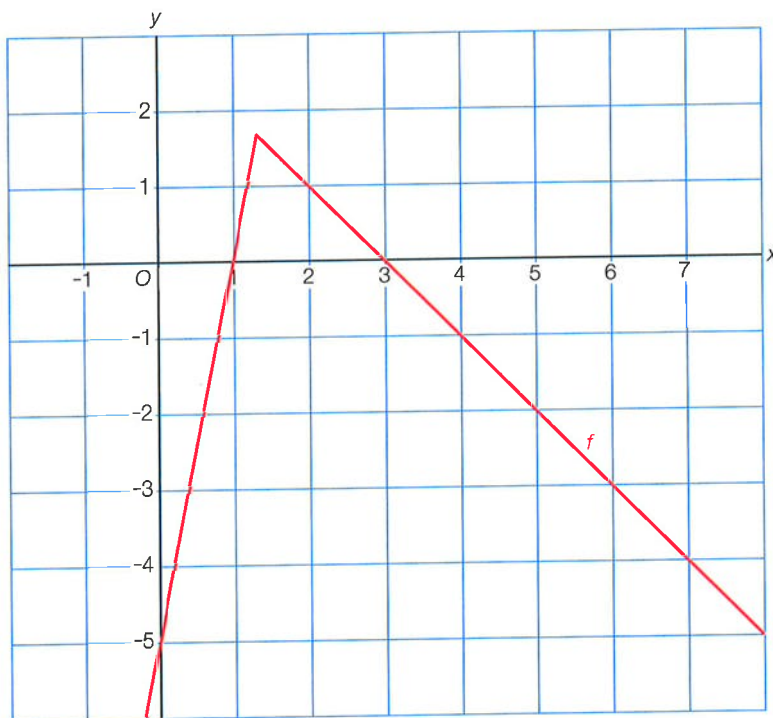
$$f(x) = ax - 1 - |3x - 4| = ax - 1 - (-3x + 4) = ax - 1 + 3x - 4 = (a + 3)x - 5$$

als $3x - 4 < 0$, dus als $x < 1\frac{1}{3}$.

$$\left. \begin{array}{l} f(x) = (a + 3)x - 5 \\ \text{door } (1, 0) \end{array} \right\} \begin{array}{l} (a + 3) \cdot 1 - 5 = 0 \\ a + 3 - 5 = 0 \\ a = 2 \end{array}$$

$$f(x) = -x + 3 \text{ als } x \geq 1\frac{1}{3}$$

$$f(x) = 5x - 5 \text{ als } x < 1\frac{1}{3}$$



$$f(1\frac{1}{3}) = 1\frac{2}{3}, \text{ dus } B_f = \langle \leftarrow, 1\frac{2}{3} \rangle.$$

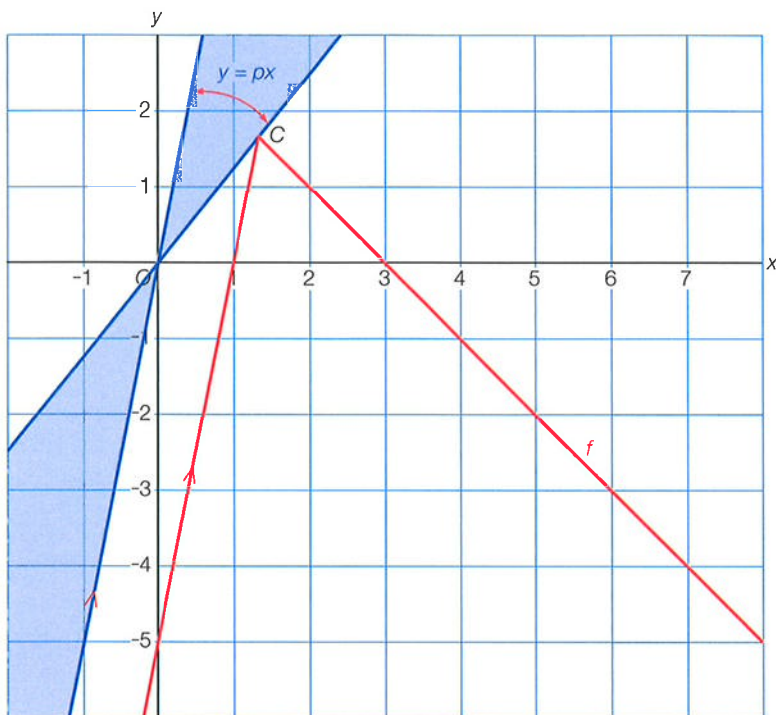
$$\text{b } \left. \begin{array}{l} f(x) = 5x - 5 \\ y = x \end{array} \right\} \begin{array}{l} 5x - 5 = x \\ 4x = 5 \\ x = 1\frac{1}{4} \end{array}$$

A ligt op de lijn $y = x$, dus $A(1\frac{1}{4}, 1\frac{1}{4})$.

$$\left. \begin{array}{l} f(x) = -x + 3 \\ y = x \end{array} \right\} \begin{array}{l} -x + 3 = x \\ -2x = -3 \\ x = 1\frac{1}{2} \end{array}$$

B ligt op de lijn $y = x$, dus $B(1\frac{1}{2}, 1\frac{1}{2})$.

c



$C(1\frac{1}{3}, 1\frac{2}{3})$ (zie a)

$$\left. \begin{array}{l} y = px \\ \text{door } C(1\frac{1}{3}, 1\frac{2}{3}) \end{array} \right\} \begin{array}{l} 1\frac{1}{3}p = 1\frac{2}{3} \\ 4p = 5 \\ p = 1\frac{1}{4} \end{array}$$

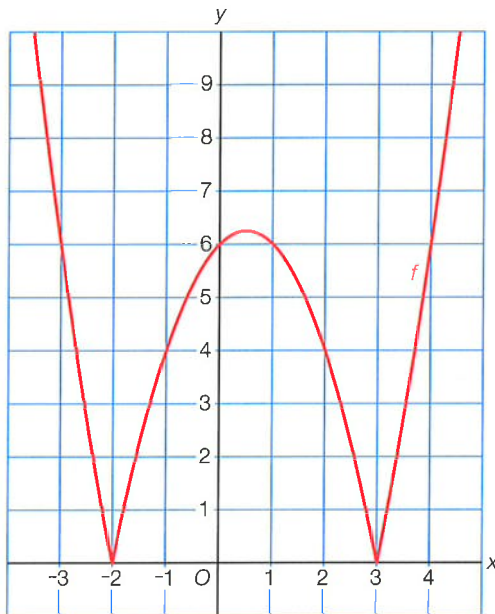
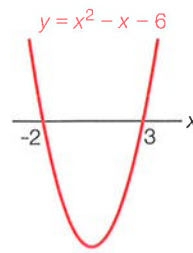
Voor $p = 1\frac{1}{4}$ gaat de grafiek van $y = px$ door het punt C.

Voor $p = 5$ is de lijn $y = px$ evenwijdig met de grafiek van f .

Dus de lijn $y = px$ heeft geen enkel punt met de grafiek van f gemeen voor $1\frac{1}{4} < p \leq 5$.

Bladzijde 39

67 a $f(x) = |x^2 - x - 6| = x^2 - x - 6$ als $x^2 - x - 6 \geq 0$
 $(x+2)(x-3) \geq 0$
 $x \leq -2 \vee x \geq 3$
 $f(x) = |x^2 - x - 6| = -x^2 + x + 6$ als $x^2 - x - 6 < 0$
 $(x+2)(x-3) < 0$
 $-2 < x < 3$

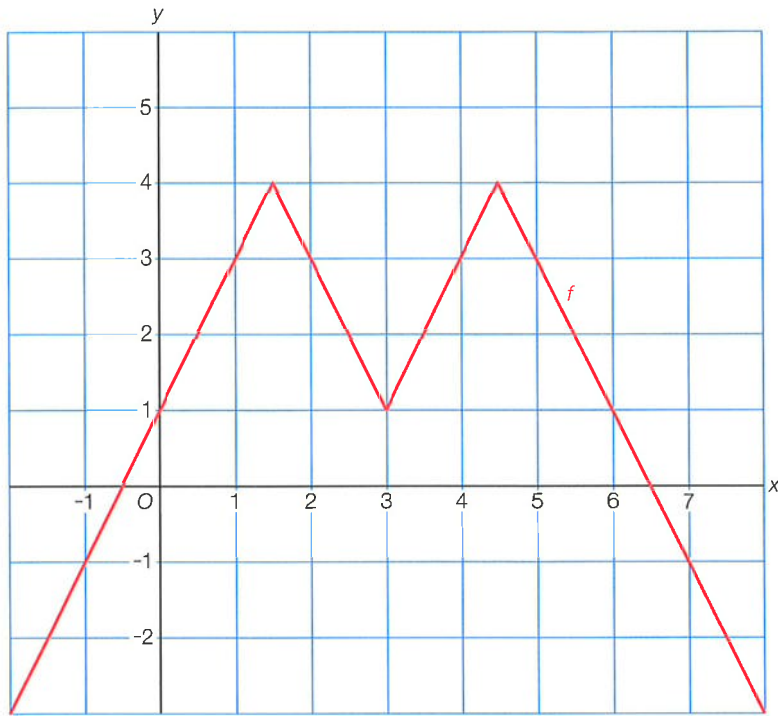


$$B_f = [0, \rightarrow)$$

b $x \leq -2 \vee x \geq 3$ geeft
 $x^2 - x - 6 = x + 5$
 $x^2 - 2x - 11 = 0$
 $D = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot -11 = 48$, dus $\sqrt{D} = 4\sqrt{3}$
 $x = \frac{2 + 4\sqrt{3}}{2} = 1 + 2\sqrt{3} \vee x = \frac{2 - 4\sqrt{3}}{2} = 1 - 2\sqrt{3}$
 $-2 < x < 3$ geeft $-x^2 + x + 6 = x + 5$
 $-x^2 = -1$
 $x^2 = 1$
 $x = 1 \vee x = -1$

Dus de x -coördinaten van de snijpunten zijn $1 - 2\sqrt{3}$, -1 , 1 en $1 + 2\sqrt{3}$.

68 $f(x) = 4 - |3 - |2x - 6|| = 4 - |-2x + 9|$ als $2x - 6 \geq 0$, dus als $x \geq 3$.
Dit geeft $f(x) = 4 - |-2x + 9| = 2x - 5$ als $9 - 2x \geq 0$, dus als $3 \leq x \leq 4\frac{1}{2}$
en $f(x) = 4 - |-2x + 9| = -2x + 13$ als $9 - 2x < 0$, dus als $x > 4\frac{1}{2}$.
 $f(x) = 4 - |3 - |2x - 6|| = 4 - |2x - 3|$ als $2x - 6 < 0$, dus als $x < 3$.
Dit geeft $f(x) = 4 - |2x - 3| = -2x + 7$ als $2x - 3 \geq 0$, dus als $1\frac{1}{2} \leq x < 3$
en $f(x) = 4 - |2x - 3| = 2x + 1$ als $2x - 3 < 0$, dus als $x < 1\frac{1}{2}$.



- 69 $\frac{1}{2}(a+b) + \frac{1}{2}|a-b| = \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b + \frac{1}{2}(a-b) = \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b + \frac{1}{2}a - \frac{1}{2}b = a$ als $a-b \geq 0$, dus als $a \geq b$.
 $\frac{1}{2}(a+b) + \frac{1}{2}|a-b| = \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b - \frac{1}{2}(a-b) = \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b - \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b = b$ als $a-b < 0$, dus als $a < b$.
 Met $\frac{1}{2}(a+b) + \frac{1}{2}|a-b|$ wordt dus het grootste van de twee getallen a en b berekend.

1.5 Grafisch-numeriek oplossen

Bladzijde 41

- 70 a De nulpunten zijn -1, 1, 2 en 3.
 b $x = -1, x = 1, x = 2$ en $x = 3$
- 71 a De x -coördinaten zijn -2, 2 en 4.
 b $x = -2, x = 2$ en $x = 4$

Bladzijde 43

- 72 a Voer in $y_1 = x^3 - 4x^2 + 3$.
 De optie nulpunt geeft de oplossingen $x \approx -0,79, x = 1$ en $x \approx 3,79$.
 b Voer in $y_1 = x^4 - 4x^3 + 2x^2 + x - 1$.
 De optie nulpunt geeft de oplossingen $x \approx -0,58$ en $x \approx 3,34$.
 c Voer in $y_1 = 0,4x^3 + 2x^2 + x - 2$ en $y_2 = x + 2$.
 De optie snijpunt geeft de oplossingen $x \approx -4,51, x \approx -1,76$ en $x \approx 1,26$.
 d Voer in $y_1 = 0,2x^5 - x^4 + 4x^2$ en $y_2 = 0,2x + 3$.
 De optie snijpunt geeft de oplossingen $x \approx -1,45, x = -1, x = 1, x = 3$ en $x \approx 3,45$.
- 73 a Voer in $y_1 = 0,2x^4 - x^3 - x^2 + 8x + 2$.
 De optie minimum geeft $x \approx -1,62$ en $y \approx -7,96$ en geeft $x \approx 3,69$ en $y \approx 4,74$.
 De optie maximum geeft $x \approx 1,67$ en $y \approx 9,47$.
 Dus min. is $f(-1,62) \approx -7,96$, max. is $f(1,67) \approx 9,47$ en min. is $f(3,69) \approx 4,74$.
 b Voer in $y_1 = -1\frac{1}{3}x^3 + 3x^2 + 40x - 28$.
 De optie minimum geeft $x = -2,5$ en $y \approx -88,42$.
 De optie maximum geeft $x = 4$ en $y \approx 94,67$.
 Dus min. is $g(-2,5) \approx -88,42$ en max. is $g(4) \approx 94,67$.

- 74 a** Voer in $y_1 = -\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 5x + 4$.
De optie nulpunt geeft de nulpunten $-4,33$, $-0,77$ en $3,60$.
- b** De optie minimum geeft $x \approx -2,79$ en $y \approx -6,60$.
De optie maximum geeft $x \approx 1,79$ en $y \approx 9,44$.
Dus min. is $f(-2,79) \approx -6,60$ en max. is $f(1,79) \approx 9,44$.
- c** Voer in $y_2 = -x + 3$.
De optie snijpunt geeft de oplossingen $x \approx -4,99$, $x \approx -0,16$ en $x \approx 3,65$.
- 75 a** Voer in $y_1 = |x^3 - 9x|$ en $y_2 = 5$.
De optie snijpunt geeft de oplossingen $x \approx -3,25$, $x \approx -2,67$, $x \approx -0,58$, $x \approx 0,58$, $x \approx 2,67$ en $x \approx 3,25$.
- b** Voer in $y_3 = x + 5$.
De optie snijpunt met y_1 geeft de oplossingen $x \approx -3,10$, $x \approx -2,87$, $x \approx -0,51$, $x \approx 0,66$, $x \approx 2,44$ en $x \approx 3,39$.
- 76 a** Voer in $y_1 = 0,5x^3 - 5x^2 + 20$.
De optie nulpunt geeft de oplossingen $x \approx -1,84$, $x \approx 2,28$ en $x \approx 9,56$.
- b** Voer in $y_1 = 0,1x^4 + 0,1x^3 - 12x^2 + 50$ en $y_2 = 25x$.
De optie snijpunt geeft de oplossingen $x = -10$, $x \approx -3,53$, $x \approx 1,26$ en $x \approx 11,27$.
- c** Voer in $y_1 = |x^4 - x^3 + x - 5|$ en $y_2 = x + 3$.
De optie snijpunt geeft de oplossingen $x \approx -1,48$, $x \approx -1,26$, $x = 1$ en $x = 2$.
- d** Voer in $y_1 = |x^3 - 5x^2 - 2x + 24|$ en $y_2 = 20$.
De optie snijpunt geeft de oplossingen $x \approx -2,55$, $x = -1$, $x \approx 0,76$ en $x \approx 5,24$.

77
$$x_{\text{top}} = -\frac{b}{2a} = -\frac{p^2}{2 \cdot 2} = -\frac{1}{4}p^2 \text{ en}$$

$$y_{\text{top}} = f_p\left(-\frac{1}{4}p^2\right) = 2\left(-\frac{1}{4}p^2\right)^2 + p^2 \cdot -\frac{1}{4}p^2 + p = \frac{1}{8}p^4 - \frac{1}{4}p^4 + p = -\frac{1}{8}p^4 + p$$

$$\left(-\frac{1}{4}p^2, -\frac{1}{8}p^4 + p\right) \left\{ \begin{array}{l} 8 \cdot -\frac{1}{4}p^2 + 4 = -\frac{1}{8}p^4 + p \\ -2p^2 + 4 = -\frac{1}{8}p^4 + p \\ \frac{1}{8}p^4 - 2p^2 - p + 4 = 0 \end{array} \right.$$

Voer in $y_1 = \frac{1}{8}x^4 - 2x^2 - x + 4$.

De optie nulpunt geeft $x \approx -3,236 \vee x = -2 \vee x \approx 1,236 \vee x = 4$.

Dus $p \approx -3,236 \vee p = -2 \vee p \approx 1,236 \vee p = 4$.

$a > 0$, dus de grafiek van f_p is voor elke p een dalparabool.

Voor $p = -3,236...$ is $x_{\text{top}} = -\frac{1}{4} \cdot (-3,236...)^2 \approx -2,618$ en $y_{\text{top}} = -\frac{1}{8} \cdot (-3,236...)^4 + -3,236... \approx -16,944$,
dus min. is $f_{-3,236}(-2,618) \approx -16,944$.

Voor $p = -2$ is $x_{\text{top}} = -\frac{1}{4} \cdot (-2)^2 = -1$ en $y_{\text{top}} = -\frac{1}{8} \cdot (-2)^4 + -2 = -4$, dus min. is $f_{-2}(-1) = -4$.

Voor $p = 1,236...$ is $x_{\text{top}} = -\frac{1}{4} \cdot 1,236...^2 \approx -0,382$ en $y_{\text{top}} = -\frac{1}{8} \cdot 1,236...^4 + 1,236... \approx 0,944$,

dus min. is $f_{1,236}(-0,382) \approx 0,944$.

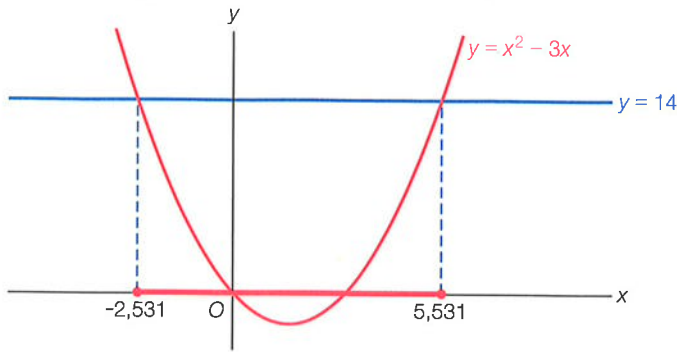
Voor $p = 4$ is $x_{\text{top}} = -\frac{1}{4} \cdot 4^2 = -4$ en $y_{\text{top}} = -\frac{1}{8} \cdot 4^4 + 4 = -28$, dus min. is $f_4(-4) = -28$.

Bladzijde 44

- 78 a** Voer in $y_1 = -x^2 + 6x$ en $y_2 = x + 4$.
De optie snijpunt geeft $x = 1 \vee x = 4$.
- b** Voor $1 < x < 4$.

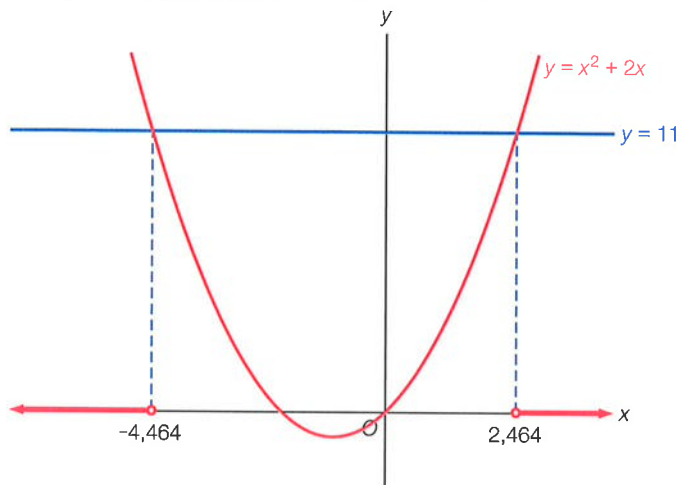
Bladzijde 45

- 79 a** Voer in $y_1 = x^2 - 3x$ en $y_2 = 14$.
De optie snijpunt geeft $x \approx -2,531$ en $x \approx 5,531$.



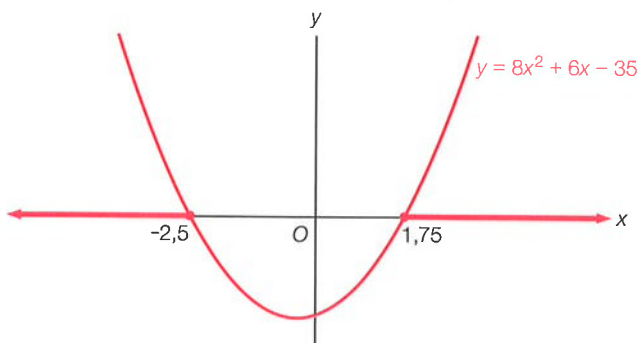
$$x^2 - 3x \leq 14 \text{ geeft } -2,531 \leq x \leq 5,531$$

- b** Voer in $y_1 = x^2 + 2x$ en $y_2 = 11$.
De optie snijpunt geeft $x \approx -4,464$ en $x \approx 2,464$.



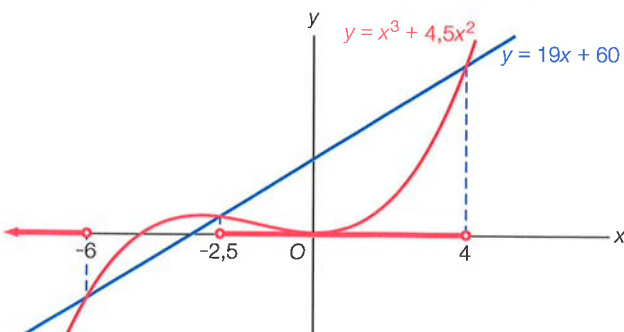
$$x^2 + 2x > 11 \text{ geeft } x < -4,464 \vee x > 2,464$$

- c** Voer in $y_1 = 8x^2 + 6x - 35$.
De optie nulpunt geeft $x = -2,5$ en $x = 1,75$.



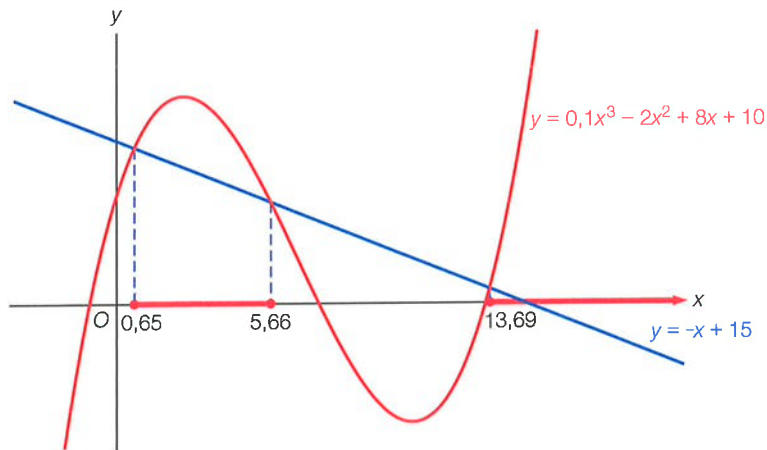
$$8x^2 + 6x - 35 \geq 0 \text{ geeft } x \leq -2,5 \vee x \geq 1,75$$

- d** Voer in $y_1 = x^3 + 4,5x^2$ en $y_2 = 19x + 60$.
De optie snijpunt geeft $x = -6$, $x = -2,5$ en $x = 4$.



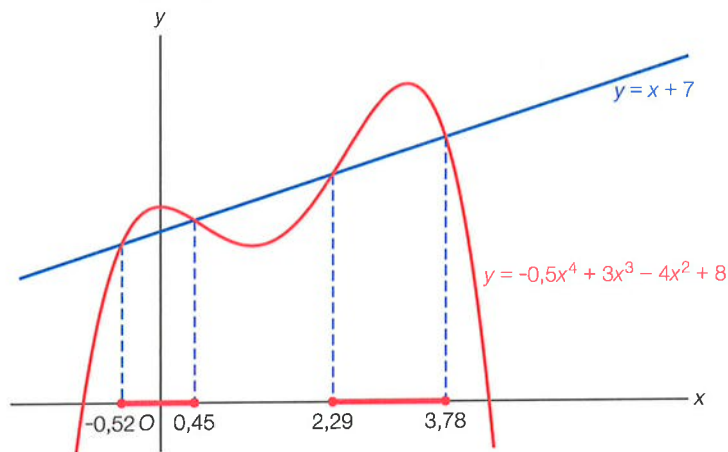
$$x^3 + 4,5x^2 < 19x + 60 \text{ geeft } x < -6 \vee -2,5 < x < 4$$

- 80 a** Voer in $y_1 = 0,1x^3 - 2x^2 + 8x + 10$ en $y_2 = -x + 15$.
De optie snijpunt geeft $x \approx 0,65$, $x \approx 5,66$ en $x \approx 13,69$.



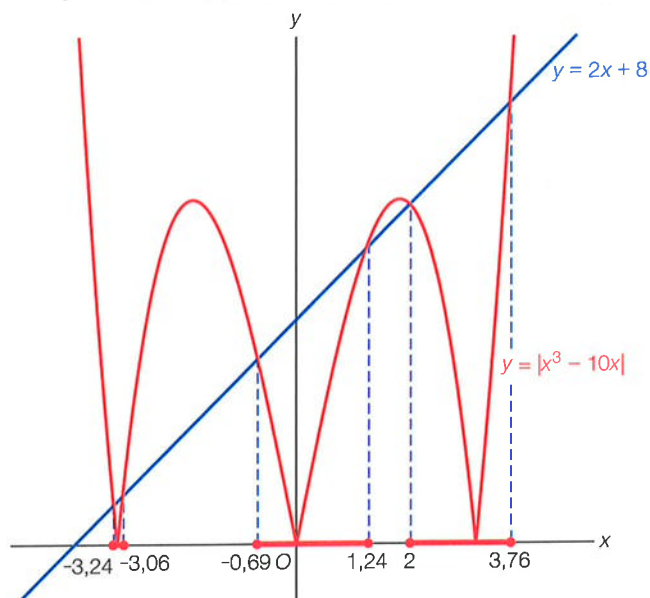
$$0,1x^3 - 2x^2 + 8x + 10 \geq -x + 15 \text{ geeft } 0,65 \leq x \leq 5,66 \vee x \geq 13,69$$

- b** Voer in $y_1 = -0,5x^4 + 3x^3 - 4x^2 + 8$ en $y_2 = x + 7$.
De optie snijpunt geeft $x \approx -0,52$, $x \approx 0,45$, $x \approx 2,29$ en $x \approx 3,78$.



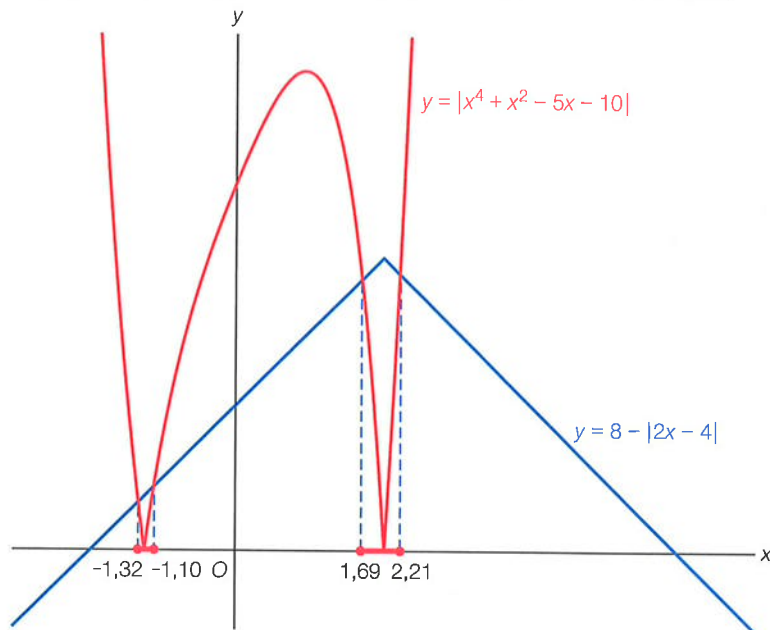
$$-0,5x^4 + 3x^3 - 4x^2 + 8 \geq x + 7 \text{ geeft } -0,52 \leq x \leq 0,45 \vee 2,29 \leq x \leq 3,78$$

- c** Voer in $y_1 = |x^3 - 10x|$ en $y_2 = 2x + 8$.
De optie snijpunt geeft $x \approx -3,24$, $x \approx -3,06$, $x \approx -0,69$, $x \approx 1,24$, $x = 2$ en $x \approx 3,76$.



$$|x^3 - 10x| \leq 2x + 8 \text{ geeft } -3,24 \leq x \leq -3,06 \vee -0,69 \leq x \leq 1,24 \vee 2 \leq x \leq 3,76$$

- d Voer in $y_1 = |x^4 + x^2 - 5x - 10|$ en $y_2 = 8 - |2x - 4|$.
De optie snijpunt geeft $x \approx -1,32$, $x \approx -1,10$, $x \approx 1,69$ en $x \approx 2,21$.



$$|x^4 + x^2 - 5x - 10| \leq 8 - |2x - 4| \text{ geeft } -1,32 \leq x \leq -1,10 \vee 1,69 \leq x \leq 2,21$$

Diagnostische toets

Bladzijde 48

- 1 a Stel $k: y = ax + b$.

$$\left. \begin{array}{l} y = 4x + b \\ \text{door } A(1, 6) \end{array} \right\} \begin{array}{l} 4 \cdot 1 + b = 6 \\ 4 + b = 6 \\ b = 2 \end{array}$$

 Dus $k: y = 4x + 2$.
- b Stel $l: y = ax + b$ met $a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-1 - 5}{3 - 1} = -3$.

$$\left. \begin{array}{l} y = -3x + b \\ \text{door } B(1, 5) \end{array} \right\} \begin{array}{l} -3 \cdot 1 + b = 5 \\ -3 + b = 5 \\ b = 8 \end{array}$$

 Dus $l: y = -3x + 8$.
- c
$$\left. \begin{array}{l} y = ax - 3 \\ \text{door } D(8, 1) \end{array} \right\} \begin{array}{l} a \cdot 8 - 3 = 1 \\ 8a = 4 \\ a = \frac{1}{2} \end{array}$$
- 2 a Stel $N = at + b$.

$$\left. \begin{array}{l} t = 2 \text{ en } N = 100 \\ t = 5 \text{ en } N = 160 \end{array} \right\} a = \frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{160 - 100}{5 - 2} = 20$$

$$\left. \begin{array}{l} N = 20t + b \\ t = 2 \text{ en } N = 100 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 20 \cdot 2 + b = 100 \\ 40 + b = 100 \\ b = 60 \end{array}$$

 Dus $N = 20t + 60$.
- b $N = 20t + 60$
 $20t + 60 = N$
 $20t = N - 60$
 $t = \frac{1}{20}N - 3$
- c $N = 440$ geeft $t = \frac{1}{20} \cdot 440 - 3 = 19$

3 $f(x) = 0,45x^2 - 1,8x + 5$ geeft $x_{\text{top}} = -\frac{b}{2a} = -\frac{-1,8}{0,9} = 2$ en dit geeft

$$y_{\text{top}} = 0,45 \cdot 2^2 - 1,8 \cdot 2 + 5 = 3,2.$$

$$\left. \begin{array}{l} y = 2x + b \\ \text{door } (2; 3,2) \end{array} \right\} \begin{array}{l} 2 \cdot 2 + b = 3,2 \\ 4 + b = 3,2 \\ b = -0,8 \end{array}$$

4 a $5x^2 = 3x$
 $5x^2 - 3x = 0$

$$x(5x - 3) = 0$$

$$x = 0 \vee 5x = 3$$

$$x = 0 \vee x = \frac{3}{5}$$

b $2x^2 + 12x = 14$

$$x^2 + 6x = 7$$

$$x^2 + 6x - 7 = 0$$

$$(x - 1)(x + 7) = 0$$

$$x = 1 \vee x = -7$$

c $(2x - 4)^2 = 144$

$$2x - 4 = 12 \vee 2x - 4 = -12$$

$$2x = 16 \vee 2x = -8$$

$$x = 8 \vee x = -4$$

d $3x^2 = 18x + 30$

$$x^2 = 6x + 10$$

$$x^2 - 6x - 10 = 0$$

$$(x - 3)^2 - 9 - 10 = 0$$

$$(x - 3)^2 = 19$$

$$x - 3 = \sqrt{19} \vee x - 3 = -\sqrt{19}$$

$$x = 3 + \sqrt{19} \vee x = 3 - \sqrt{19}$$

e $3x^2 - 6x = 2$

$$3x^2 - 6x - 2 = 0$$

$$D = (-6)^2 - 4 \cdot 3 \cdot -2 = 60, \text{ dus } \sqrt{D} = 2\sqrt{15}$$

$$x = \frac{6 + 2\sqrt{15}}{6} = 1 + \frac{1}{3}\sqrt{15} \vee x = 1 - \frac{1}{3}\sqrt{15}$$

f $(2x + 1)^2 = 3x(x + 1) - x$

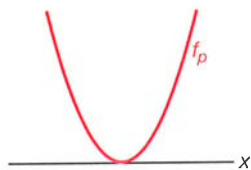
$$4x^2 + 4x + 1 = 3x^2 + 3x - x$$

$$x^2 + 2x + 1 = 0$$

$$(x + 1)^2 = 0$$

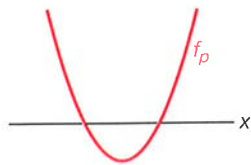
$$x = -1$$

5 a



$$\left. \begin{array}{l} \text{er moet gelden } D = 0 \\ D = p^2 - 4 \cdot 3 \cdot 3 = p^2 - 36 \end{array} \right\} \begin{array}{l} p^2 - 36 = 0 \\ p^2 = 36 \\ p = 6 \vee p = -6 \end{array}$$

b



$$\left. \begin{array}{l} \text{er moet gelden } D > 0 \\ D = p^2 - 36 \end{array} \right\} \begin{array}{l} p^2 - 36 > 0 \\ p^2 > 36 \\ p < -6 \vee p > 6 \end{array}$$

6 $f_p(x) = x^2 + px + 1$ geeft $x_{\text{top}} = -\frac{b}{2a} = -\frac{p}{2} = -\frac{1}{2}p$ en dit geeft

$$y_{\text{top}} = f_p\left(-\frac{1}{2}p\right) = \left(-\frac{1}{2}p\right)^2 + p \cdot -\frac{1}{2}p + 1 = \frac{1}{4}p^2 - \frac{1}{2}p^2 + 1 = -\frac{1}{4}p^2 + 1.$$

Het minimum is -3 geeft $-\frac{1}{4}p^2 + 1 = -3$

$$p^2 - 4 = 12$$

$$p^2 = 16$$

$$p = 4 \vee p = -4$$

7 a er zijn geen oplossingen als $D < 0$

$$\left. \begin{array}{l} D = 4^2 - 4 \cdot 2 \cdot p = 16 - 8p \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} 16 - 8p < 0 \\ -8p < -16 \\ p > 2 \end{array}$$

- b** er is één oplossing als $D = 0$ $\left\{ \begin{array}{l} p^2 - 144 = 0 \\ p^2 = 144 \\ p = 12 \vee p = -12 \end{array} \right.$
- c** $p = 0$ geeft de vergelijking $2x + 5 = 0$ en deze vergelijking heeft één oplossing.
 $p \neq 0$ geeft $D = 2^2 - 4 \cdot p \cdot 5 = 4 - 20p$ $\left\{ \begin{array}{l} 4 - 20p > 0 \\ -20p > -4 \\ p < \frac{1}{5} \end{array} \right.$
 er zijn twee oplossingen als $D > 0$

Dus twee oplossingen voor $p < 0 \vee 0 < p < \frac{1}{5}$.

8 $x_{\text{top}} = -\frac{b}{2a} = -\frac{2p}{2} = -p$, dus $p = -x_{\text{top}}$.

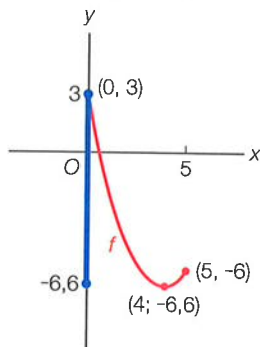
$$\left. \begin{array}{l} y_{\text{top}} = x_{\text{top}}^2 + 2p \cdot x_{\text{top}} + p \\ p = -x_{\text{top}} \end{array} \right\} \begin{array}{l} y_{\text{top}} = x_{\text{top}}^2 + 2 \cdot (-x_{\text{top}}) \cdot x_{\text{top}} - x_{\text{top}} \\ y_{\text{top}} = x_{\text{top}}^2 - 2x_{\text{top}}^2 - x_{\text{top}} \\ y_{\text{top}} = -x_{\text{top}}^2 - x_{\text{top}} \end{array}$$

Dus de formule van de kromme is $y = -x^2 - x$.

Bladzijde 49

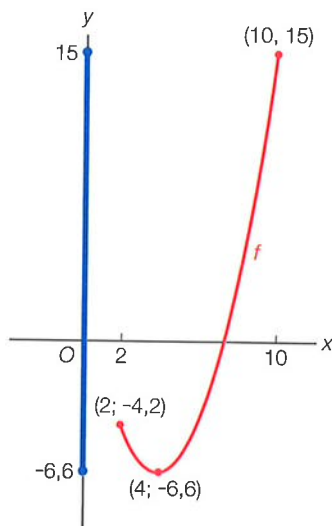
9 a $f(0) = 3$ en $f(5) = -6$

$$x_{\text{top}} = -\frac{b}{2a} = -\frac{-4,8}{1,2} = 4 \text{ en } y_{\text{top}} = f(4) = -6,6$$



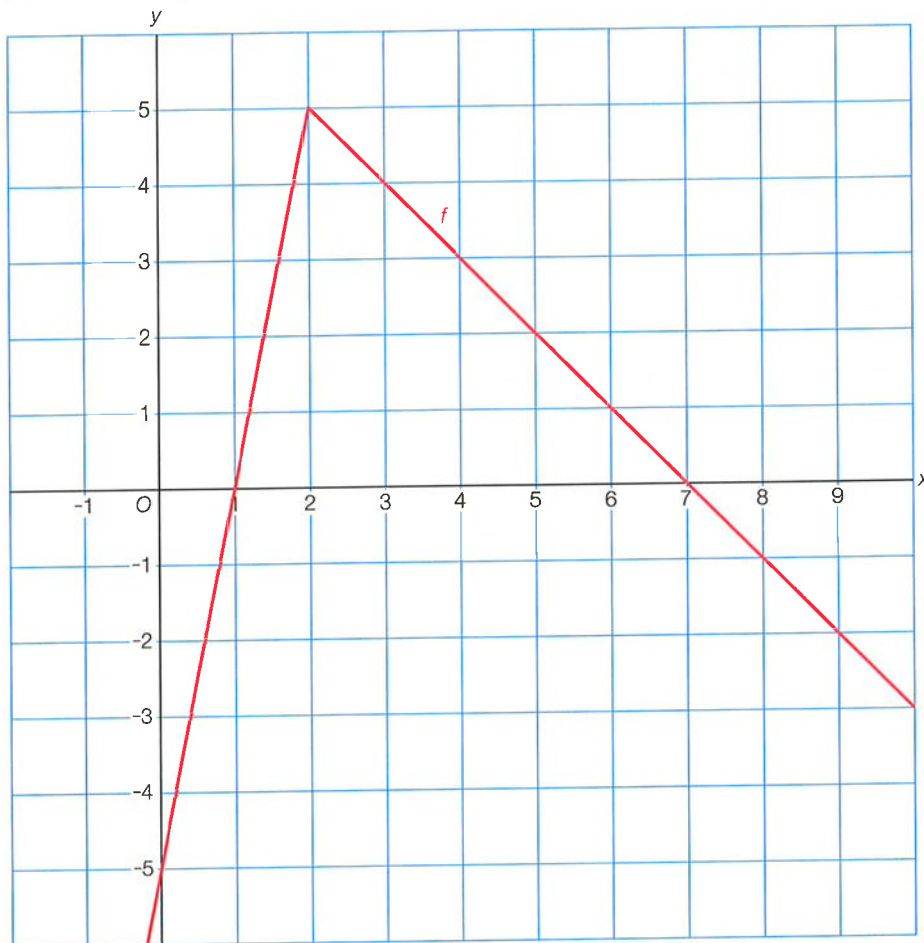
$$B_f = [-6,6; 3]$$

b $f(2) = -4,2$ en $f(10) = 15$



$$B_f = [-6,6; 15]$$

- 10 a** $f(x) = 2x + 1 - |3x - 6| = 2x + 1 - (3x - 6) = 2x + 1 - 3x + 6 = -x + 7$ als $3x - 6 \geq 0$, dus als $x \geq 2$.
 $f(x) = 2x + 1 - |3x - 6| = 2x + 1 - (-3x + 6) = 2x + 1 + 3x - 6 = 5x - 5$ als $3x - 6 < 0$, dus als $x < 2$.

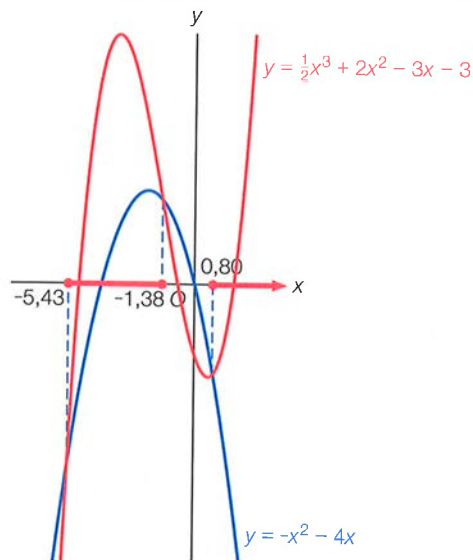


$$B_f = \langle \leftarrow, 5 \rangle$$

- b** $x \geq 2$ geeft $-x + 7 = -x^2 + 9x - 14$
 $x^2 - 10x + 21 = 0$
 $(x - 3)(x - 7) = 0$
 $x = 3 \vee x = 7$
 $x < 2$ geeft $5x - 5 = -x^2 + 9x - 14$
 $x^2 - 4x + 9 = 0$
 $D = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9 = -20$
geen oplossingen
 $f(3) = 4$ en $f(7) = 0$, dus de snijpunten zijn $(3, 4)$ en $(7, 0)$.

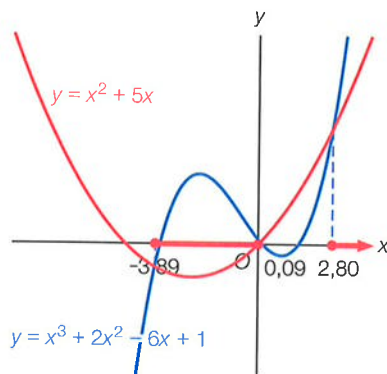
- 11 a** Voer in $y_1 = \frac{1}{5}x^3 - 2x^2 + 3x + 2$.
De optie nulpunt geeft de nulpunten $-0,50$, $2,54$ en $7,96$.
b De optie maximum geeft $x \approx 0,86$ en $y \approx 3,23$.
De optie minimum geeft $x \approx 5,81$ en $y \approx -8,86$.
Dus max. is $f(0,86) \approx 3,23$ en min. is $f(5,81) \approx -8,86$.
c Voer in $y_2 = 2x - 3$.
De optie snijpunt geeft de oplossingen $x \approx -1,28$, $x \approx 2,13$ en $x \approx 9,16$.

- 12 a** Voer in $y_1 = \frac{1}{2}x^3 + 2x^2 - 3x - 3$ en $y_2 = -x^2 - 4x$.
De optie snijpunt geeft $x \approx -5,43$, $x \approx -1,38$ en $x \approx 0,80$.



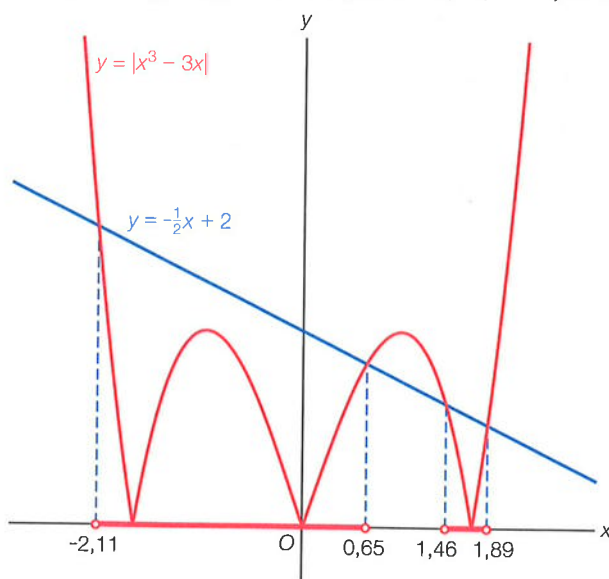
$$\frac{1}{2}x^3 + 2x^2 - 3x - 3 \geq -x^2 - 4x \text{ geeft } -5,43 \leq x \leq -1,38 \vee x \geq 0,80$$

- b** Voer in $y_1 = x^2 + 5x$ en $y_2 = x^3 + 2x^2 - 6x + 1$.
De optie snijpunt geeft $x \approx -3,89$, $x \approx 0,09$ en $x \approx 2,80$.



$$x^2 + 5x \leq x^3 + 2x^2 - 6x + 1 \text{ geeft } -3,89 \leq x \leq 0,09 \vee x \geq 2,80$$

- c** Voer in $y_1 = |x^3 - 3x|$ en $y_2 = -\frac{1}{2}x + 2$.
De optie snijpunt geeft $x \approx -2,11$, $x \approx 0,65$, $x \approx 1,46$ en $x \approx 1,89$.



$$|x^3 - 3x| < -\frac{1}{2}x + 2 \text{ geeft } -2,11 < x < 0,65 \vee 1,46 < x < 1,89$$